

# FREKANS DÜZLEMİNDE İMGE DAMGALAMASINDA KULLANILAN AC FREKANSLARIN VE PERMÜTASYON ANAHTARI SEÇİMİNİN KALİTE ÜZERİNE ETKİSİ

Murat Furat<sup>1</sup>

Mustafa Oral<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Çukurova Üniversitesi, Adana

<sup>2</sup>Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay

<sup>1</sup>e-posta: mfulat@cu.edu.tr

<sup>2</sup>e-posta: moral@mku.edu.tr

## Özetçe

Sayısal imgeler üzerindeki telif haklarının korunması için yapılan çalışmalar arasında “damgalama” önemli yer tutmaktadır. Geliştirilen birçok damgalama algoritması, farklı özellikleri ile bu sorun için üretilen çeşitli senaryolara çözüm getirmektedir [1]. Bu çalışmada, sayısal imgelerin damgalanması için yeni bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem ile imgenin uzay düzlemindeki ve frekans düzlemindeki bileşenleri birlikte kullanılarak, dayanıklı, görünmez ve kör damgalama yapılmıştır. Literatürde yapılan birçok çalışmada, kullanılan damgalama ağırlığı imge üzerinde sabit değişikliğe sebep olurken, önerilen yöntemdeki damgalama ağırlığı imge üzerinde yapılabilecek değişikliğin üst sınırını temsil etmekte, böylece orijinal imgeye daha yakın benzerlikte ve kalitede damgalanmış bir imge elde edilmektedir. Dayanıklı damgalama algoritmalarında, filigranın önce permutasyon ile karıştırılmasının amacı kırpmaya saldırısına karşı filigranın dayanıklılığını arttırmaktır. Önerilen yöntemde, damgalama için seçilen AC frekansların ve permutasyonun anahtarının kalite üzerine etkisi araştırılmış, literatür bulgularıyla karşılaştırılmıştır.

## 1. Giriş

Gelişmiş bilgisayar teknolojisi ile İnternet ağının sunduğu olanakların birleşmesi, sayısal alandaki ürünlerin telif haklarının korunması sorununun da büyümesine neden olmuştur. Elektronik alanında yaşanan gelişmelere paralel olarak bu konuda birçok çalışma yapılmış, sayısal ürünler üzerindeki telif haklarının korunmasına yönelik çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir.

Bu çalışmanın da konusu olan sayısal imgeler, elektronik ortamda çoğaltılması ve üzerinde değişiklik yapılması en kolay olan ürünlerdir ve telif haklarının korunması için önerilen yöntemlerden biri de imgelere telif bilgisinin damgalanmasıdır. Sayısal imgelerin damgalanması üzerine yapılan ilk çalışmalar 1996 yılında organize edilen bir konferansta sunulmuştur [2]. Literatürde, sayısal imgelerin yanında, çoklu ortam kapsamına giren ses ve video ile metinler için de önerilen çeşitli damgalama yöntemleri mevcuttur [3].

Sayısal imgeler için geliştirilen damgalama algoritmaları görünür ve görünmez olarak iki başlıkta incelenebilir. Görünür olarak yapılan damgalama, silindiğinde ya da değiştirildiğinde imgenin anlam bütünlüğünü bozacak bir bölüme gözle görülür bir nitelikte yapılır. Bu yöntem ile imge üzerindeki telif hakkı açık bir biçimde ortaya konmaktadır. İmgenin anlamlı bir bölümü üzerinde yer alan damga, anlam bütünlüğünü bozucu bir etkiye sahip olduğundan

görünür damgalama bu yönüyle dezavantajlıdır. Görünmez damgalama algoritmalarında telif hakkı bilgisi imge içine insan gözünün fark edemeyeceği oranda değişiklik yapılarak saklanır. Damgalama yöntemine göre tasarlanan bir yöntem ile damga imgeden geri elde edilir [4,5,6,7]. Buradaki amaç telif hakkı bilgisini içeren damganın gerektiğinde imgeden geri elde edilerek, sahibinin hakları ispat edilebilir.

Görünmez damgalama yöntemleri kendi aralarında iki grupta incelenebilir:

- Dayanıklı damgalama
- Kırılğan damgalama

Dayanıklı damgalama algoritmalarında, imge içindeki bilginin çeşitli görüntü işleme saldırılarına karşı dayanıklı olması, geri elde edildiğinde tanınabilir olması amaçlanır [4,5,6,7]. Dayanıklılığın artırılması, damganın imge içindeki ağırlığının artırılmasıyla gerçekleştirilir. Bu yöntem, imge üzerindeki değişikliğin artmasına ve dolayısıyla kalitesinin düşmesine neden olabilir [5,6,7]. Kırılğan yapıya sahip yöntemlerde ise imge içindeki bilgi, imge üzerindeki değişikliklere karşı hassastır ve en küçük değişiklikte kaybedilir. Bu yönü ile kırılğan yapıları algoritmalar, imge üzerinde değişiklik olup olmadığı hakkında bilgi vermesi yönünden avantajlıdır.

Damgalanmış imgenin kalitesini etkileyen faktörlerden biri de damganın büyüklüğüdür. Damga, taşıdığı bilgiyi temsil eden en küçük yapıya dönüştürülerek görüntü kalitesindeki bozulma en aza indirilebilir.

Görünmez damgalama yöntemleri, geri elde etme algoritmalarına göre iki kategoriye ayrılır:

- Kör damgalama
- Kör olmayan damgalama

Kör damgalama yöntemlerinde, geri alma algoritmasında asıl imge kullanılmaz [7]. Kör olmayan damgalama yöntemlerinde ise damgalanan imge, asıl imge ile arasındaki fark kullanılarak geri elde etme işlemi yapılır [5,6].

Damgalama algoritmaları çalıştırıldıkları düzleme göre başlıca iki sınıfta incelenebilir. Uzay düzleminde yapılan damgalama algoritmalarında imge yoğunlukları üzerinde doğrudan yapılan değişiklikler ile imge damgalanır. Frekans düzleminde yapılan damgalamalarda, öncelikle imge, çeşitli dönüştürme yöntemleri ile frekanslarına ayrılır. Bu yöntemler arasında başlıca Discrete Cosine Transform (DCT), Discrete Wavelet Transform (DWT), Discrete Fourier Transform (DFT) kullanılır. Özellikle DCT, dayanıklı damgalama yöntemlerinde JPEG kayıplı sıkıştırmasına karşı avantajlı olduğundan tercih edilmektedir [5,6,7].

Bu çalışmada, yukarıda sayılan yöntemlerin dışında, uzay ve frekans düzleminin birlikte kullanılmasıyla yapılan dayanıklı, görünmez ve kör damgalama özelliklerini taşıyan

yeni bir yöntem önerilmiştir. Blok tabanlı DCT ile frekanslarına ayrılan imgeye uzay düzleminde hesaplanan enerjisi de kullanılarak çeşitli ağırlıklarda damgalama yapılmıştır. Geri elde etme algoritmasında imgenin aslı kullanılmamış, damgalanan imgenin DCT ile ayrılan frekansları ile uzay düzleminde hesaplanan enerjisi arasında kurulan ilişkiden faydalanılmıştır.

Yöntem, 512×512 piksel boyutlarında gri seviyeli bir imge üzerinde test edilmiş, telif haklarını temsil eden 128×128 piksel boyutlarındaki bir filigran çeşitli ağırlıklarda damgalanmıştır. Seçilen filigranın büyüklüğü, görüntü kalitesini olumsuz etkilediğinden, filigran siyah-beyaz bir filigran olarak seçilmiş ve renk yoğunlukları ikilik sisteme dönüştürülmüştür. 1. Şekil’de seçilen filigran ile taşıyıcı imge yer almaktadır.



Şekil 1. a) Taşıyıcı imge, b) Filigran

## 2. Yöntem

Önerilen damgalama yöntemi, frekans düzleminde elde edilen bileşenlerin uzay düzleminde elde edilen enerji ile karşılaştırılarak frekans katsayıları üzerinde yapılan değişikliğe dayanmaktadır. Bu amaçla, literatürde sıkça tercih edilen DCT, dönüştürme aracı olarak kullanılmıştır. Telif hakkını temsil eden bir filigran, damga olarak seçilmiş ve taşıyıcı imgeye damgalanmıştır.

### 2.1. Damgalama Algoritması

Damgalama, sırasıyla şöyle gerçekleştirilir:

1. Taşıyıcı imge 8×8 piksel boyutlarında bloklara ayrılır.
2. Her bloğun uzay düzleminde enerjisi 1. Denklemler kullanılarak hesaplanır.

$$E = \sum_{i=0}^{63} [X(i)]^2 \quad (1)$$

3. Her imge bloğu, aşağıdaki denklem kullanılarak frekanslarına ayrılır. Böylece, her blokta çeşitli frekansları temsil eden 63 AC bileşen ile bir DC bileşen hesaplanır.

$$H(u,v) = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 h(x,y) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{2 \times 8}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{2 \times 8}\right) \quad (2)$$

$$\alpha(i) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{8}}, & i = 0 \text{ için} \\ \sqrt{\frac{2}{8}}, & i = 1, 2, \dots, 7 \text{ için} \end{cases} \quad (3)$$

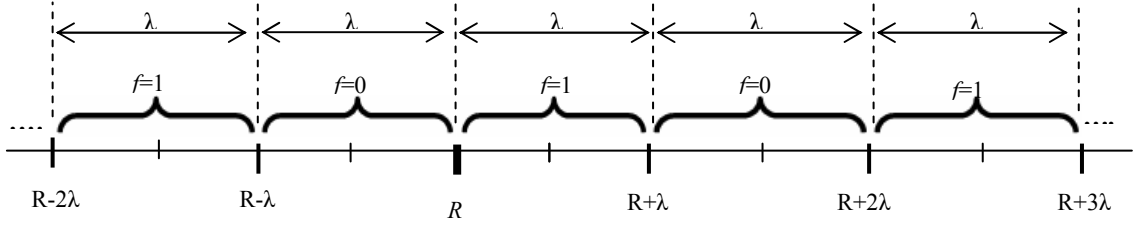
2. denklemlerde,  $h(x,y)$  piksel 0–255 arasında değer alan piksel yoğunluğunu,  $H(u,v)$  ise hesaplanan frekansın katsayısını verir.  $u, v, x$  ve  $y$  0 ile 7 arasında değer alır ve  $\alpha(i)$  3. Denklemler kullanılarak hesaplanır.

4. Damgalamada kullanılacak filigran, taşıyıcı imgenin blok sayısı ile eşit sayıda bloklara bölünür. 8×8 piksel boyutlarındaki her imge bloğuna 2×2 piksel boyutlarındaki filigranın bir bloğu damgalanacaktır.
5. Damgalama, imge bloklarının frekansları üzerinde yapılacak değişiklik ile gerçekleştirilecektir. Literatürde, DCT kullanılarak yapılan çalışmalarda değişiklik için orta frekans bandındaki frekanslar seçilmiştir. Bunun nedeni, imgeyi oluşturan yüksek frekanslı bileşenlerin JPEG kayıplı sıkıştırması sonucu kaybedilmesi ve alçak frekanslı bileşenlerdeki değişikliğin imge üzerinde gözle görülür değişikliğe neden olmasıdır [5,6,7]. Aşağıdaki şekilde zikzak numaralandırılmış bir imge bloğunda gölgelendirilmiş frekanslar, orta frekans bandını temsil etmektedir. Sol üstte yer alan 0 numaralı hücre DC, diğerleri AC frekansları göstermektedir. Koyu renkle gölgelendirilen frekanslar bu çalışmada damgalama için seçilen frekanslardır.

0	1	5	6	14	15	27	28
2	4	7	13	16	26	29	42
3	8	12	17	25	30	41	43
9	11	18	24	31	40	44	53
10	19	23	32	39	45	52	54
20	22	33	38	46	51	55	60
21	34	37	47	50	56	59	61
35	36	48	49	57	58	62	63

Şekil 2. Zikzak numaralandırılmış imge bloğu

6. Dayanıklı damgalama algoritmalarındaki amaçlardan biri de görüntü kıpma işlemine karşı filigranın dayanıklılığını sağlamaktır. Damgalama öncesinde filigran pikselleri, bir anahtar sayı kullanılarak permutasyon işlemi (pseudorandom permutation) ile kendi içinde karıştırılır. Bu işlem, filigran piksellerinin imge üzerine rasgele damgalanmasını sağlar. Böylece imgenin bir bölümünün kırılması sonucu kaybedilen filigran bilgisi genele yayılır ve filigran daha tanınabilir nitelikte geri elde edilir.
7. Damgalama işlemi blok tabanlı yapılacaktır. Uzay düzleminde elde edilen enerjisinin karekökü referans olarak seçilir. Her bloğun DC katsayısı ile referans olarak seçilen AC frekansın katsayısının toplamı, referans ile karşılaştırılarak damgalama yapılır. Bunun için öncelikle bir dönüştürme cetveli hazırlanır (Şekil 3).



Şekil 3. Damgalama için hazırlanan dönüşüm cetveli

Dönüşüm cetvelinde  $R$  bloğun enerjisinin karekökünü,  $\lambda$  damgalama ağırlığını ve  $f$  damgalanacak filigran değerini temsil etmektedir. Referans olarak alınan  $R$  sayısından itibaren  $\lambda$  kadar bölümlere ayrılan cetvelin her bölümüne filigranın aldığı 1 ve 0 değerleri ardışık olarak atanır. Bloğun DC katsayısı ile seçilen AC frekans katsayısının toplamının cetvel üzerindeki yeri tespit edilir. Elde edilen toplam, oraya damgalanacak filigran değerinin atandığı en yakın bölümün orta noktasına gelecek şekilde yeni AC değeri hesaplanarak damgalama gerçekleştirilir.

- Her blokta seçilen tüm AC frekanslar üzerinde değişiklikler yapılır. Son olarak ters DCT ile yeni piksel yoğunlukları hesaplanır ve damgalanmış imge oluşturulur.

## 2.2. Geri Elde Etme Algoritması

Bu çalışmada önerdiğimiz yöntem ile kör damgalama yapıldığından, damgalanan filigranın geri elde edilmesinde asıl imge kullanılmaz. Öncelikle damgalanmış imge  $8 \times 8$  piksellik bloklara ayrılarak blokların uzay düzleminde enerjisi ve DCT ile frekans bileşenleri hesaplanır. Dönüşüm cetveli oluşturularak referans değeri olan enerjinin karekökünden itibaren damgalama ağırlığı  $\lambda$  kadar bölümlere ayrılır ve aynı şekilde 1 ve 0 değerleri bölümlere atanır. Filigranın aranacağı her AC değeri için AC ile DC toplamının içinde bulunduğu bölüme atanan filigran değeri o frekansa damgalanmış filigran değeri olarak bulunur. Bu işlem filigranın aranacağı tüm AC değerleri için yapılır. Elde edilen değerlerle oluşturulan filigran, damgalama öncesinde permutasyon ile karıştırılmış filigrandır. Son işlem olarak daha önce permutasyonda kullanılan anahtar sayı ile ters permutasyon uygulanarak filigran oluşturulur.

## 3. Deneyle

Görünmez, dayanıklı ve kör damgalama özelliklerini taşıyan yöntem ile Şekil 1.a'daki imgeye Şekil 1.b'deki filigran  $\lambda=10$  ve  $\lambda=30$  ağırlıklarla damgalanmıştır.

Damgalama sonunda elde edilen yeni imgelerin aslına göre benzerlikleri literatürde kalite ölçümü amacıyla kullanılan PSNR (Peak-to-Signal Noise Ratio) ile ölçülmüştür (Denklem 4).

$$PSNR_{xx^w} = 10 \log\left(\frac{255^2}{MSE_{xx^w}}\right) \text{ (dB)} \quad (4)$$

Burada, MSE (Mean Squared Error) 5. Denklem kullanılarak hesaplanır.  $x$  damgalanacak imgeyi,  $x^w$  damgalanmış imgeyi,  $N_1$  ve  $N_2$  imge boyutlarını temsil etmektedir.

$$MSE_{xx^w} = \frac{1}{N_1 \times N_2} \sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{j=0}^{N_2-1} [X(i, j) - X^w(i, j)]^2 \quad (5)$$

30 – 40 dB arasında ölçülen damgalanmış imgenin kalitesi normal olarak kabul edilmektedir [7].

Önerilen algoritma, orta frekans bandından rasgele seçilen 20 farklı dördü frekans grubu kullanılarak  $\lambda=10$  ve  $\lambda=30$  ağırlıkla test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar 1. Tablo'da gösterilmiştir.

Tablo 1. Orta frekans bandından rasgele seçilen frekans grupları kullanılarak  $\lambda=10$  ve  $\lambda=30$  ağırlıkla yapılan damgalamalardaki PSNR ölçümleri.

Orta frekans bandından rasgele seçilen AC frekanslar	PSNR (dB) $\lambda=10$	PSNR (dB) $\lambda=30$
16, 17, 18, 19	44,7917	36,0502
15, 17, 23, 34	44,7682	36,0946
18, 25, 32, 33	44,8109	36,1458
20, 23, 30, 32	44,8177	36,1377
16, 21, 24, 30	44,8184	36,1171
17, 30, 31, 34	44,8648	36,1567
15, 18, 21, 31	44,8056	36,1297
23, 27, 30, 32	44,8090	36,1365
22, 23, 24, 25	44,8281	36,1203
17, 26, 27, 32	44,7831	36,1308
15, 19, 22, 32	44,8354	36,1415
25, 26, 29, 30	44,8034	36,1413
22, 27, 30, 33	44,8368	36,1482
21, 31, 32, 33	44,8340	36,1382
18, 24, 31, 32	44,8252	36,1071
19, 16, 26, 34	44,8115	36,1433
23, 25, 30, 31	44,8143	36,1449
17, 25, 29, 31	44,7987	36,1214
17, 19, 32, 34	44,8515	36,1622
27, 29, 30, 32	44,8143	36,1312

1. Tablo incelendiğinde, orta frekans bandından seçilen frekansların damgalanan imgenin kalitesi üzerinde gözle görülür bir etkiye sahip olmadığı ortaya çıkmaktadır. Shieh ve ark. (2004) [7], saldırılara karşı dayanıklı ancak kaliteyi düşürmeyen damgalama için uygun AC frekansları genetik

algoritma kullanarak seçmeye çalışmışlardır. Yaklaşık 400 dakikalık bir işlem sonucu bulunan AC frekanslara  $\lambda=10$  ve  $\lambda=30$  ağırlıkla yapılan damgalama ile bu çalışmada aynı ağırlıkla yapılan damgalama sonuçları 2. Tablo'da gösterilmiştir.

	Seçilen AC Frekans Grubu	PSNR (dB) $\lambda=10$	PSNR (dB) $\lambda=30$
Shieh ve ark. (2004)	6, 9, 11, 12	34,790	34,090
Kendi çalışmamız	6, 9, 11, 12	44,725	36,002
Kendi çalışmamız	16, 19, 24, 25	44,794	36,033

Tablo 2. Shieh ve ark. (2004) [7] yaptıkları çalışmada elde ettikleri PSNR sonuçları ile bu çalışmada elde edilen sonuçların karşılaştırılması.

Yukarıdaki tabloda, hem Shieh ve ark. (2004) [7] tarafından genetik algoritma ile seçilen frekanslar hem de bu çalışmada seçilen frekanslar kullanılarak yapılan damgalamalar sonucu elde edilen imgelerin kalite ölçümleri yer almaktadır. PSNR sonuçlarına incelendiğinde, önerilen yöntemin oldukça yüksek kaliteli damgalama yaptığı görülmektedir. Literatürdeki benzer çalışmalarda, seçilen AC frekanslar damgalama ağırlığı kadar artırılarak ya da azaltılarak damgalama işlemi gerçekleştirilmektedir [5,6,7]. Ancak bu çalışmada önerilen yöntemdeki damgalama ağırlığı, AC frekanslar üzerinde yapılabilecek en büyük değişiklik miktarını temsil etmektedir. Bu özellik, damgalanan görüntünün kalitesinin daha yüksek olmasını sağlamıştır.

İmgenin damgalanması için AC frekans üzerinde yapılacak değişikliğin miktarı, AC frekansın değeri ile DC değerinin toplamının dönüşüm cetveli üzerindeki yerine bağlıdır. DC ile AC toplamı, o frekansa damgalanacak filigran değeri için ayrılan bölümün ortasına ne kadar yakın yer alırsa, yapılacak değişiklik de o kadar az olacaktır. Bu durum, damgalama öncesinde yapılan permutasyon doğrudan ilgilidir. Seçilen imge ve damgaya göre belirlenecek bir permutasyon anahtarıyla karıştırılan damga, kalite üzerinde daha olumlu ya da olumsuz sonuç verebilir. Bunun araştırılması amacıyla, 1 – 1.000.000 sayıları arasındaki tüm sayılar permutasyon için anahtar sayı olarak kullanılmış, her birinden elde edilen damgalanmış ( $\lambda=30$ ) imgenin kalitesi ölçülmüştür (Şekil 4). Genel olarak 36 dB (35,87–36,096) civarında ölçülen 1 milyon değer arasında yaklaşık 100 kadarı 32–35 dB arasında ölçülmüştür.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, sayısal imgeler üzerindeki telif haklarının korunmasına yönelik geliştirilen görünmez, dayanıklı ve kör damgalama özelliklerine sahip bir yöntem önerilmiştir. Damgalama işlemi için dönüştürme aracı olarak DCT kullanılmıştır. Blok tabanlı DCT kullanan birçok çalışmada sunulan avantajlarından dolayı, orta frekans bandındaki frekanslar damgalama için seçilmiştir.

Shieh ve ark. (2004) [7], genetik algoritma ile uzun süren bir işlem sonunda bulunan frekans grubunun, dayanıklı

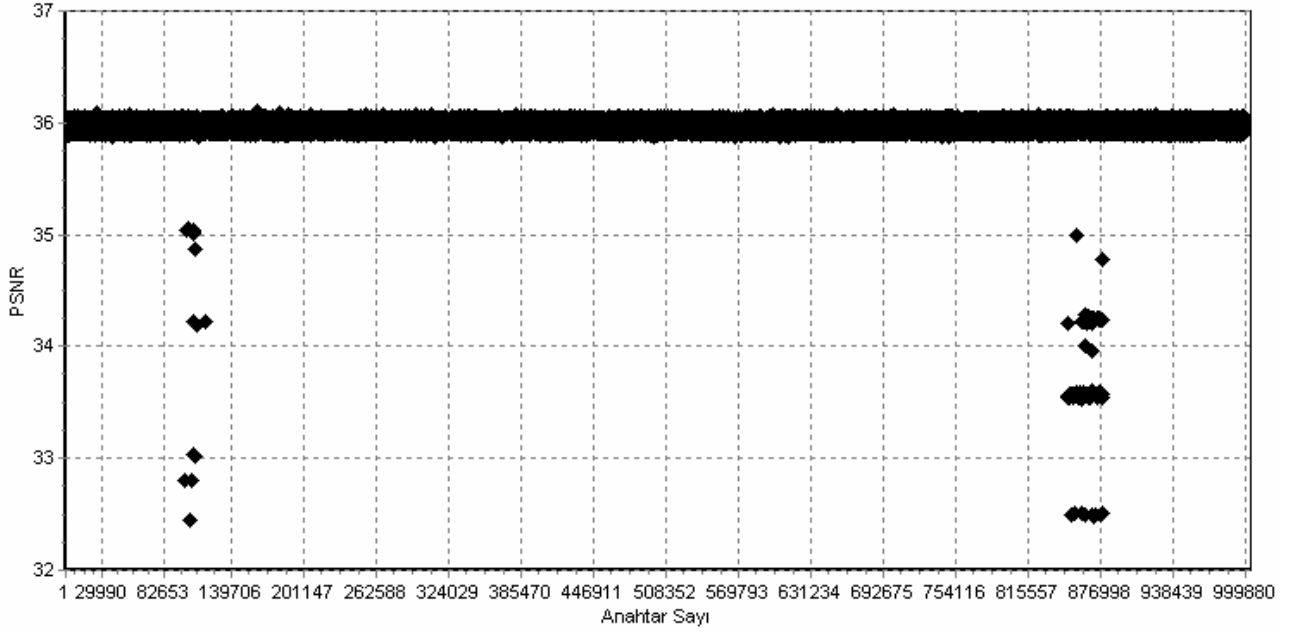
damgalama ve yüksek imge kalitesi açısından en uygun olduğunu göstermişlerdir. Bu çalışmada, orta frekans bandından seçilen 20 farklı frekans grubuna aynı ağırlıklarla damgalama yapılmıştır. Ancak elde edilen sonuçlarda kalite açısından gözle görülür derecede fark tespit edilememiştir. Bununla birlikte, aynı ağırlıkla aynı ve farklı frekanslara damgalamalar yapılmış, her iki durumda da daha yüksek kalitede damgalanmış imgeler elde edilmiştir (Tablo 2). Kalitenin yüksek oranda olmasındaki en büyük etken, diğer çalışmalardaki sabit değişiklik miktarı olarak işlem gören damgalama ağırlığının burada yapılabilecek en büyük değişiklik miktarı olarak kullanılmasıdır.

Değişken yapıya sahip ağırlık ile bir anahtar sayı kullanılarak yapılan permutasyonun damgalama yöntemindeki yeri düşünüldüğünde, anahtar sayısının kalite üzerinde etkili olabileceği düşünülmüştür. Bunun için 1–1.000.000 sayıları ile yapılan test sonuçlarına bakıldığında, permutasyon için seçilen anahtar sayısının kalite üzerinde pek etkili olmadığı görülmüştür. 1 milyon değer arasında yaklaşık 100 değer olumsuz yönde 2–3 dB sapma göstermiş, diğer değerlerin tümü yaklaşık 36 dB olarak ölçülmüştür (Şekil 4).

Sonuç olarak, önerilen yöntem imgenin kalitesinin korunmasında başarılı olmuş, DCT kullanılarak yapılan damgalamalarda orta frekans bandından seçilen herhangi bir frekansın kalite üzerinde önemli bir etkiye sahip olmadığını göstermiştir. Bununla birlikte, değişken ağırlıklı damgalama yapan bu yöntemde filigranın permutasyonunda kullanılan anahtar sayısının kalite üzerinde belirgin bir etkiye sahip olmadığı belirlenmiştir.

#### 5. Kaynakça

- [1] Mintzer, F., Braudaway, G. W., Yeung, M. M., Effective and Ineffective Digital Watermarks, IEEE International Conference on Image Processing, ICIP-97, 1997, 9-12, Washington.
- [2] Wolfgang, R. B., Delp, E. J., A Watermark for Digital Images, Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing, September 16-19, 1996, Switzerland.
- [3] Hartung, F., Kutter, M., Multimedia Watermarking Techniques, Proceedings of the IEEE, vol.87, No.7, 1079-1107, July 1999.
- [4] Kutter, M. and Petitcolas, F. A. P., 1999. A Fair Benchmark for Image Watermarking Systems, Electronic Imaging'99 Security and Watermarking of Multimedia Contents, 3657: 25-27.
- [5] Hsu, C.T., Wu, J.L., Hidden Digital Watermarks in Images, IEEE Transaction on Image Processing, 8(1):58-68, 1999.
- [6] Pai, Y. T., Ruan, S. J., Low Power Block-Based Watermarking Algorithm, IEICE Trans. Inf. & Syst. Vol.E89-D, No.4, April 2006.
- [7] Shieh, C. S., Huang, H. C., Wang, F. H., Pan, J. S., Genetic Watermarking Based on Transform Domain Techniques, The Journal of the Pattern Recognition, 37, 555-565, 2004.



Şekil 4. 1–1.000.000 arasındaki anahtar sayılar ve  $\lambda=30$  ağırlıkla damgalanmış imgenin kalite (PSNR) ölçümü.