

H₂ OPTİMAL KONTROLÖR TASARIMI

Yücel AYDIN

Kontrol Mühendisliği
Elektrik-Elektronik Fakültesi
İstanbul Teknik Üniversitesi, 80626, Maslak, İstanbul

e-posta: aydinyl@elk.itu.edu.tr

Anahtar sözcükler: H₂ Optimal Kontrol, Bölgesel Kutup Atama, Dinamik Çıkış Geribeslemesi

ABSTRACT

In this paper, H₂ norm performance index is minimized under the constraint of H₂ performance and the regional pole placement. The main objectives of the problem of dynamic output feedback H₂ optimal control with regional pole constraint is to minimize H₂ norm of the closed loop transfer function matrix under the system performance constraints. The problem can be formulated a optimization problem involving LMI, Linear Matrix Inequalities. Recent years LMI are extensively used in control system synthesis. LMIs are employed in order to satisfy H₂ and regional pole placement constraints as well as to obtain an upperbound on the H₂ performance index to be minimized.

1. GİRİŞ

H₂ kontrol yöntemleri, optimal kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında önemli yer tutmaktadır. Ele alınan kontrol edilen sistem için kontrolör tasarımında amaç, sistem davranışı kısıtlamaları altında H₂ performans ölçütünü minimize eden bir kontrolör tasarlamaktır. Kapalı çevrim kontrol sisteminin H₂ normunun üst sınırını, istenilen sistem davranışı kısıtlarını sağlayacak şekilde en az yapacak H₂ optimal kontrolörün tasarımı ele alınmaktadır. Tasarlanan kutup atama kısıtlanmalı kontrolör ile hem sistemin H₂ norm davranışı ölçütü sağlanmakta hem de bölgesel kutup atama ile de sistemin istenen geçici-hal davranış ölçütleri sağlanmaktadır. Kapalı çevrim sistemlerinin atanacak kutupları için sol yarı kompleks düzlemde seçilen bölgeler, geçici cevap karakteristikleri için bir gösterge olarak değerlendirilir. Bu yüzden kapalı çevrim kutupları üzerine bazı kısıtlamalar getirmek gereklidir. İstenilen kısıtlama bölgesi, birkaç matris eşitsizlikleriyle gösterilebilir. Bazı durumlarda kutup atama bölgesi D seçilen birkaç bölgenin arakesiti olabilir. Bu LMI

bölgeleri, söz konusu kontrol problemlerinin birçok pratik gereksinimlerini karşılar.

Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMI'lar) kapalı çevrim sistemi üzerinde birkaç kısıtlamayı bir arada kullanmada önemli ölçüde kolaylık sağlamakta ve kontrol alanındaki birçok analiz ve tasarım uygulamalarında geniş çapta kullanılmaktadır. Bu çalışmada ise dinamik çıkış geribeslemesi durumunda ele alınan H₂ optimizasyon probleminin çeşitli kısıtlar altındaki LMI modelleri kullanılarak dinamik H₂ optimal kontrolör tasarımı yapılmıştır. [1-6,9,12].

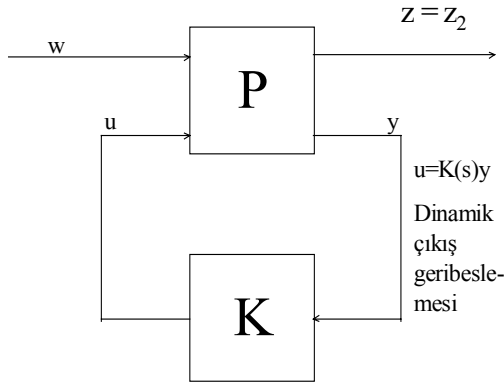
Sistem ve kontrol teorisinde birçok problem, LMI'larla modellenerek ve konveks optimizasyon problemleri olarak ele alınarak etkili nümerik algoritmalarla çözülebilmektedir. [11,12]

2. H₂ OPTİMAL KONTROL

• Sistemin Genel Blok Diyagramı ve Durum Uzayı Denklemleri

Genel H₂ optimal kontrol problemine ilişkin blok diyagramı Şekil 1 de verilmiştir. Bu blok diyagramında; w dış giriş vektörünü, u giriş kontrol vektörünü, P kontrol edilen sistemi içeren Plantı, z yi oluşturan z₂, H₂ norm davranışını sağlayan kontrol edilen diğer çıkışı gösterir. y ise ölçülebilen büyüklüklere ilişkin çıkış vektörlerini ve K da çıkış geribeslemeli ve dinamik yapıda başka deyişle transfer fonksiyonu K(s) 'e sahip bir kontrolörü gösterir. Dış giriş vektörü, genel olarak $w=[r \ d \ n]^T$ olarak üç vektöre ayrılarak gösterilebilir. Burada r ,referans girişleri, d bozucu girişleri, n ise gürültü tipi bozucu girişleri içeren vektörleri ifade eder. z ve y çıkışları, dış girişler dışında herhangi bir sistem değişkenlerinden uygun olanların hepsi, birkaçı yada

biri seçilebilir. Bunun dışında ölçme çıkışı vektörü y 'nin elemanlarından biri referans girişte olabilir.



Şekil 1. Optimal Kontrol problemine ilişkin genel bir kapalı çevrim kontrol sisteminin blok diyagramı

Plant ve kontrolörün durum uzayı denklemleri ve matrisel gösterimleri aşağıda verilmiştir.

Plant P :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z_2 &= C_1x + D_1w + D_2u \\ y &= C_yx + D_{y1}w + D_{y2}u \end{aligned} \quad (1)$$

Kontrolör K :

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k + D_k y \end{aligned} \quad (3)$$

w vektör girişlerinden z vektörü çıkışlarına ait kapalı çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyon matrisi T_{zw} 'ye ilişkin durum uzayı matematik modeli,

T_{zw} :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl} &= A_{cl}x_{cl} + B_{cl}w \\ z_2 &= C_{cl}x_{cl} + D_{cl}w \end{aligned} \quad (4)$$

olarak tanımlanır.

Kontrol edilmek istenen sistem, sınırlı boyutlu lineer zamanla değişmeyen (LTI) bir sistemdir ve transfer fonksiyon matrisi,

$$P(s) = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_{y1} & D_{y2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_y \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

olarak yazılabilir. İfadelerdeki matrisler uygun boyutlu matrislerdir.

Kapalı çevrim kontrol sisteminin transfer fonksiyon matrisi ise;

$$T_{zw}(s) := D_{cl} + C_{cl}(sI - A_{cl})^{-1}B_{cl}$$

Burada, A_K , B_K , C_K ve D_K kontrolör parametreleri olmak üzere

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \begin{bmatrix} A + B_2D_KC_y & B_2C_K \\ B_KC_y & A_K \end{bmatrix} \\ B_{cl} &= \begin{bmatrix} B_1 + B_2D_KD_y \\ B_KD_y \end{bmatrix} \\ C_{cl} &= \begin{bmatrix} C_1 + D_1D_KC_y & D_1C_K \end{bmatrix} \\ D_{cl} &= D_1D_KD_y \end{aligned} \quad (6)$$

dir. [9,11]

Optimal kontrolde H_2 -norm kısıtlaması, kapalı çevrim kontrol sisteminin H_2 norm davranışını ifade eder. H_2 -norm kısıtlaması, bölgesel kutup atama kısıtlaması vb. tasarım kısıtlamalarının LMI'larla ifade edilmesi mümkündür.

• H_2 -Norm Kısıtlamasının LMI'larla Modellenmesi:

Kapalı çevrim sisteminin w 'den z 'ye transfer matrisi T_{zw} 'nin H_2 normunun ifadesi ($D_{cl}=0$) olması halinde

$$\|T_{zw}\|_2^2 = \text{Trace}(C_{cl}XC_{cl}^T) \quad (7)$$

dir.

Burada X matrisinin sağladığı Lyapunov denklemi

$$A_{cl}X + XA_{cl}^T + B_{cl}B_{cl}^T = 0$$

olarak yazılır. Böylece,

$$A_{cl}X + XA_{cl}^T + B_{cl}B_{cl}^T < 0 \quad (8)$$

'nı sağlayan $X > 0$ olan bir X matrisi varsa H_2 performans eşitsizliği,

$Q > C_{cl}XC_{cl}^T$ için

$$\|T_{zw}\|_2^2 < \text{Trace}(C_{cl}XC_{cl}^T) \quad (9)$$

eşitsizliğini sağlar. Eşdeğer olarak,

$$\|T_{zw}\|_2^2 < \text{Trace}(Y)$$

'dir.

$$A_{cl}X + XA_{cl}^T + B_{cl}B_{cl}^T < 0$$

$$Q > C_{cl}XC_{cl}^T \quad (10)$$

matris eşitsizliklerinin Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMI) eşdeğerleri yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} A_{cl}X + XA_{cl}^T & B_{cl} \\ B_{cl}^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} Y & C_{cl}X \\ XC_{cl}^T & X \end{bmatrix} < 0$$

elde edilir. Bu LMI'ları sağlayacak bir $X > 0$ ve $Y > 0$,

$$\|T_{zw}\|_2 < \sqrt{\text{Trace}(C_{cl}XC_{cl}^T)} < \sqrt{\text{Trace}(Q)} < v$$

(v, seçilen bir sabit)

kısıtlamasını garanti eder [3,9,12].

Teorem

Kapalı çevrim kontrol sistemi parametre matrisleri; A_{cl}, B_{cl}, C_{cl} ve $D_{cl}=0$ olsun. Kapalı çevrim kontrol sisteminin w giriş vektöründen z çıkış vektörüne transfer matrisi T_{zw} olmak üzere, T_{zw} 'nin H_2 normunun seçilen X ve Y simetrik matrislerinin, aşağıda verilen Linear Matris Eşitsizlikleri (LMI)'nin çözümleri olması halinde mümkündür [7,9].

$$\begin{bmatrix} A_{cl}X + XA_{cl}^T & B_{cl} \\ B_{cl}^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_{cl}X \\ XC_{cl}^T & X \end{bmatrix} > 0 \quad (13)$$

$$\sqrt{\text{Trace}(Q)} < v \quad (14)$$

LMI eşitsizliklerinin çözümünün konveks optimizasyon problemine dönüştürülerek çözülebilirliğin sağlanması için,

X değişkeni, $X = X_1X_2^{-1}$ biçiminde çarpanlarına

ayrılır. X_1 ve X_2 ise,

$$X_1 := \begin{bmatrix} R & I \\ M^T & 0 \end{bmatrix}, \quad X_2 := \begin{bmatrix} 0 & S \\ S & N^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

olarak tanımlanır. Burada,

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0, \quad MN^T = I - RS$$

dir. M ve N tersi alınabilen reel matrislerdir.

(Q,X) değişkenlerine bağlı (19), (20) LMI'ları, yeni (Q,R,S) değişkenlerine bağlı bir LMI'a (6)'daki eşitliklerde kullanılarak

$$\begin{bmatrix} -Q & (C_2R + D_2C_K) & (C_2 + D_2D_KC_y) \\ * & R & I \\ * & I & S \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

biçiminde dönüşür.

3. H_2 OPTİMAL DİNAMİK KONTROLÖRÜNÜN TASARIMI

Bu problemin amacı, dinamik çıkış geribeslemeli ($u=K(s)y$) karma H_2 optimal kontrolörün, aşağıda belirtilen kısıtlar altında, H_2 norm davranış ölçütünün minimize edilmesini sağlayacak şekilde belirlenmesidir.

Matematik olarak, $K(s)$ 'in

$$J = \|T_2\|_2^2 \quad (17)$$

ölçütünün Q, R, S ve $\underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K$ üzerinde aşağıdaki kısıtlamalar altında minimize edilerek gerçekleştirilmesidir. Kısıtlamalar,

K1)- $\|T_2\|_2 < v$ 'den küçük olmasına ilişkin H_2 norm davranışı kısıtı

K2) Kapalı çevrim kontrol sisteminin geçici-hal davranış ölçütleri (yüzde aşım, yerleşme zamanı, yükselme zamanı vb.)'ne karşı düşen kutup atama bölgesine ilişkin kısıt. [6]

K1) ve K2) 'de verilen kısıtlamalar,

$$\|T_2\|_2 := \|T_{z,w}\|_2 \leq \sqrt{\text{Trace}(Q)} < v \quad (18)$$

olarak tanımlanır.

Tüm bu kısıtlamaların LMI karşılıkları, [3,9,11,12] de verilmiştir.

Anılan LMI sisteminin aynı amaç altında sağlanması için $X := X_2 = X_{pol}$ alınır ve LMI 'lar yeniden düzenlenirse optimizasyon problemi aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$\|T_2\|_2^2 := \|T_{z,w}\|_2^2 \leq \text{Trace}(Q) \quad \text{olduğundan}$$

J 'nin üst sınırı,

$$J \leq J_1 = \text{Trace}(Q)^2$$

olur.

Amaç; J 'nin üst sınırı olan H_2 norm davranış ölçütü J_1 'in,

$$J_1 = \text{Trace}(Q)^2 \quad (19)$$

aşağıdaki lineer matris eşitsizlikleri (Linear Matrix Inequality-LMI) kısıtları altında minimize edilmesidir. Q, R, S ve $\underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K$ üzerinde LMI 'lar olan istenilen davranış ölçütlerine ait kısıtlar; sırasıyla H_2 norm davranışına ilişkin kısıt, bölgesel kutup atamaya ilişkin kısıtlar olmak üzere bunlar,

$$g := g(Q, R, S, \underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K) < 0$$

$$h := h(R, S, \underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K) < 0$$

dır.

Burada,

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0, \quad MN^T = I - RS$$

olmak üzere, değiştirilmiş yeni kontrolör değişkenleri olan $\underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K$;

$$\begin{aligned}
\underline{D}_K &:= D_K \\
\underline{B}_K &:= NB_K + SB_2 D_K \\
\underline{C}_K &:= C_K M^T + D_K C_y R \\
\underline{A}_K &:= NA_K M^T + NB_K C_y R + SB_2 C_K M^T \\
&+ S(A + B_2 D_K C_y)R
\end{aligned}
\tag{20}$$

olarak tanımlıdır.

Aşağıda açık ifadeleri verilen g,h matris eşitsizliklerinden oluşan kısıtlara ilişkin birden fazla farklı LMI 'yı bir blok diyagonal özelliği ile bir LMI olarak göstermek istersek,

$$\begin{aligned}
g &= \text{bdiagonal} \left\{ \begin{bmatrix} -Q & (C_2 R + D_{22} \underline{C}_K) & (C_2 + D_{22} \underline{D}_K C_y) \\ * & R & I \\ * & I & S \end{bmatrix}, [\text{Trace}(Q) \quad \vartheta_0] \right\} \\
h &= \left\{ \lambda_{ij} \begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} + \mu_{ij} \begin{bmatrix} AR + B_2 \underline{C}_K & A + B_2 \underline{D}_K C_y \\ \underline{A}_K & SA + \underline{B}_K C_y \end{bmatrix} + \nu_{ij} \begin{bmatrix} RA + \underline{C}_K B_2^T & \underline{A}_K^T \\ (A + B_2 \underline{D}_K C_y)^T & A^T S + C_y^T \underline{B}_K^T \end{bmatrix} \right\}
\end{aligned}
\tag{22}$$

olur.

Kontrolörün tasarım adımları:

- g ve h LMI kısıtlarını sağlayan optimal Q ,R, S, \underline{A}_K , \underline{B}_K , \underline{C}_K , \underline{D}_K değerleri bulunur.
- (22)'deki çarpanlara ayırma özelliğinden elde edilen aşağıdaki ifadelerden tersi alınabilir M ve N belirlenir.

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0, \quad MN^T = I - RS$$

- Optimal değerleri bulunan Q ,R, S, \underline{A}_K , \underline{B}_K , \underline{C}_K , \underline{D}_K optimizasyon değişkenleri ile M, N 'den \underline{A}_K , \underline{B}_K , \underline{C}_K , \underline{D}_K hesaplanır. Bu, (27)'deki denklemlerin \underline{A}_K , \underline{B}_K , \underline{C}_K , \underline{D}_K için aşağıdaki biçimde düzenlenmesiyle yapılır.

$$\begin{aligned}
\underline{A}_K &= N^{-1}(\underline{A}_K - S(A + B_2 \underline{D}_K C_y)R \\
&- N \underline{B}_K C_y R - SB_2 \underline{C}_K M)M^{-T}
\end{aligned}$$

$$\underline{B}_K = N^{-1}(\underline{B}_K - SB_2 \underline{D}_K)$$

$$\underline{C}_K = (\underline{C}_K - \underline{D}_K C_y R)M^{-T}$$

$$\underline{D}_K = \underline{D}_K$$

- Tasarlanan dinamik kontrolörün parametreleri $\underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K$ 'dan kontrolörün transfer fonksiyon matrisi,

$$K(s) := \underline{D}_K + \underline{C}_K (sI - \underline{A}_K)^{-1} \underline{B}_K$$

olarak hesaplanır.

$$m = \text{bdiagonal}(g, h) := \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & h \end{bmatrix} < 0$$

olmak üzere,

$$m := m(Q, R, S, \underline{A}_K, \underline{B}_K, \underline{C}_K, \underline{D}_K) < 0 \tag{21}$$

olur. Burada M elemanın her blok elemanı bir fonksiyon matrisidir.

Genel olarak gösterilen kısıtlardaki g ve h fonksiyon matrislerinin açık ifadelerinde *, köşegene göre simetriğindeki ifadelerin transpozunu ifade etmek üzere g,h;

4. TASARIM SONUÇLARI

Tasarım örneği için dinamik denklemleri aşağıda verilen ve kaynaklar [6,7] 'de yer alan bir sarkaç sistemi ele alınmıştır.

Sarkacın lineer dinamik denklemi,

$$mL^2 \ddot{\theta} = d + T + mgL$$

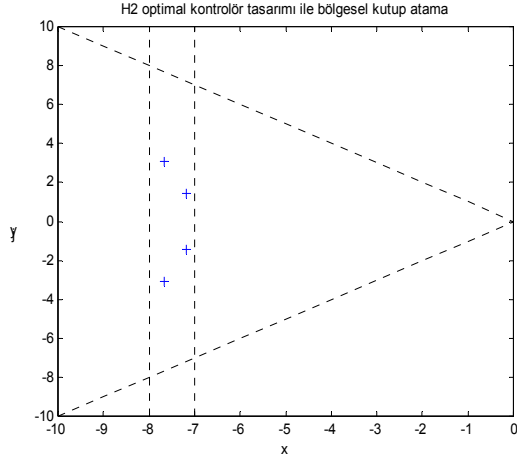
Basitlik açısından motor dinamiği ihmal edilmiş, başka deyişle transfer fonksiyonu sabit bir kazanç değerinde 1 alınmıştır (1 [(N-m)/V]). Böylece $T=V_m$ olur. Parametre değerleri; $m=2.67\text{kg}, L=0.613\text{m}$ ve $g=9.8\text{m/s}^2$. [6,7]

$$x_1 = \theta(t), \quad x_2 = \dot{\theta}(t)$$

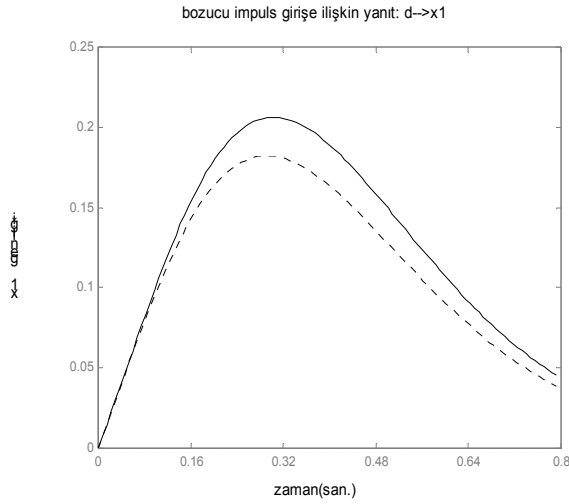
$$u(t) = V_m, \quad y = x_1$$

olarak alınır. θ_r referans giriş ve d bozucu girişi genel blok diyagramındaki w dış giriş vektörünü oluşturur. $z=x_1$ olarak seçilmiştir. z ve y çıkışları, dış girişler dışında herhangi bir büyüklük seçilebilir. Ancak ölçülebilen çıkış y için referans girişte alınabilir.

Sisteme ilişkin geçici-hal davranış ölçütleri, $\xi > 0.707$ ($\theta > \arcsin(0.707)=45$ derece) ve yerleşme zamanı $T_s < 1$ san. ($\sigma < 4/T_s=1, s=-\sigma+jw$) olarak seçilebilir. Bu ölçütleri sağlayacak en uygun bölgesel kutup atama bölgesi belirlenir. Bu çalışmada, istenen ölçütlere ilişkin kutup atama bölgesi olan LMI Bölgesi, -7 ve -8 dikmeleri arasındaki bölge ile $x=0$ 'da $\theta=45$ derece açılı konik bölge arasındaki arakesittir. [6]



Şekil 2. Kapalı çevrim kontrol sisteminin kutuplarının seçilen kutup atama bölgesi içinde olduğunu gösteren eğri.



Şekil 3. Bozucu impuls girişe ilişkin kontrol edilen çıkış $z_2=x_1$ 'yi gösteren eğri. (kesik çizgili eğri, H_2 optimal kontrolör tasarımına ilişkin eğri, düz çizgili eğri ise sadece kutup atama kısıtlamasını gerçekleyen kontrolör[6] ' e ilişkin eğri)

5. SONUÇ

Bu çalışmada, H_2 norm davranışı ve bölgesel kutup atama kısıtlarını gerçekleyen H_2 optimal kontrolör tasarımı ele alınmıştır. Kontrol edilen çıkışın, seçilen kutup atama bölgesi için elde edilen optimal eğrileri incelendiğinde, bozucu girişlere karşı sistemin dayanıklılığının sadece kutup atama kısıtlamasını gerçekleyen kontrolör[6] 'tasarımındaki sisteme göre daha iyi olduğu anlaşılmıştır. Bölgesel kutup atama kısıtlamasının, seçilen bir LMI bölgesi içinde kapalı çevrim kontrol sisteminin kutuplarının atanmasıyla geçici-hal davranış ölçütlerinin gerçekleşmesi yanında H_2 norm davranış kısıtında. tasarlanan H_2 optimal kontrolörle sağlandığı, LMI Control Toolbox [12] kullanılarak elde edilen sonuçlarla da görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Aydın Y., Sarioğlu M.K., Bölgesel Kutup Atamalı H_∞ Optimal Kontrol, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, 8.Ulusal Kongresi, s531-535, 1999.
- [2] Aydın Y., Sarioğlu M.K., Dinamik Çıkış Geribeslemeli ve Bölgesel Kutup Atamalı H_∞ Optimal Kontrol, ELECO'2000, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, Bursa, s537-561, 2000.
- [3] Aydın Y., Sarioğlu M.K., Dayanıklı(Robust) Optimal Kontrolde Lineer Matris Eşitsizlikleri, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, 9.Ulusal Kongresi, s529-532, Kocaeli, 2001.
- [4] Aydın Y., Sarioğlu M.K., Karma H_2/H_∞ Dayanıklı(Robust) Optimal Kontrol I: Statik Durum Geribeslemeli Kontrol, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, 9.Ulusal Kongresi, s533-536, Kocaeli, 2001.
- [5] Aydın Y., Sarioğlu M.K., Karma H_2/H_∞ Dayanıklı(Robust) Optimal Kontrol II: Dinamik Çıkış Geribeslemeli Kontrol, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, 9.Ulusal Kongresi, s537-540, Kocaeli, 2001.
- [6] Aydın Y., Bölgesel Kutup Atama Kısıtlamasını Gerçekleyen Kontrolör Tasarımı, ELECO'2002, Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği, Bursa, 2002.
- [7] Boyd, S., Balakrishnan V., Barratt C.H., Khrishi N.M., Li X., Meyer D.G., Norman S., 1988, A new CAD Method and Associated Architectures for Linear Controllers, IEEE Trans. On Automatic Control, Vol.33, No.3, 268-283.
- [8] Chilali, M. and Gahinet, P., 1994, H_∞ design with an α -stability constraint, in *IFAC Proc.*
- [9] Chilali, M. and Gahinet, P., 1996, H_∞ Design with Pole Placement: An LMI Approach, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **41**, 359-367.
- [10] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P. and Francis, B.A., 1989, State-space solutions to standart H_2 and H_∞ control problems, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **34**, 831-847. Macmillan Publishing Company, New York.
- [11] Gahinet, P. and Apkarian, P., 1994, A Linear Matrix Inequality approach to H_∞ control, *Int.J. Robust Nonlinear Control*, **4**, 421-448.
- [12] Gahinet, P. and Nemirovski, A., Laub, A.J., and Chilali, M., 1995, LMI Control Toolbox, The MathWorks, Inc., Natick.
- [13] Ogata, K., 1990, Modern Control Engineering, Prentice-Hall International Inc., London.
- [14] Zadeh, L. and Desoer, C., 1963, Linear Systems Theory: The State Space Approach, Mc. Graw-Hill, New York, NY.