

KAOTİK İŞARETLERİN DOĞRUSAL- ZAMANLA DEĞİŞMEYEN BİR FİLTRENİN ÇIKIŞI OLARAK MODELLENMESİ VE KANAL DENKLEŞTİRMeye UYGULANMASI

Cabir VURAL
Sakarya Üniversitesi Esentepe Kampüsü
cvural@sakarya.edu.tr

Gökçen ÇETİNEL
Sakarya Üniversitesi Esentepe Kampüsü
gcetinel@sakarya.edu.tr

ÖZET:

Son yıllarda kaos teorisi ve doğrusal olmayan dinamiklere dayalı çeşitli haberleşme sistemleri ileri sürülmüştür. Ancak, bu algoritmaların çoğu gerçek kanal şartları altında çalışmamaktadır. Bu bildiride kaotik haberleşme sistemleri için testere dişi kaotik haritalama kullanılarak gerçekleştirilen bir kanal denkleştirme algoritması gösterilmiştir. Kaotik haritalamaların sembolik-dinamik gösterilimlerinden yararlanılarak doğrudan ve etkili bir gerçekleştirme yapılmıştır. Denkleştirici filtre katsayıları LMS (En Küçük Ortalama Kareler) metodu kullanılarak düzenlenmiştir.

1.GİRİŞ

Kaotik haberleşme, haberleşme araştırmalarında oldukça yeni bir alandır. Kaos konusu sadece matematik alanında değil fizik ve elektrik mühendisliği alanlarında da büyük ilgi görmüştür. Kaosun haberleşmede kullanılmasının nedeni çok açıktır: kaotik davranış çok karmaşık olmasına rağmen oldukça basit sistemlerde bile gözlemlenebilir. Kaotik işaretler düzensiz, periyodik olmayan, genişbandlı ve önceden kestirilmeleri mümkün olmayan işaretlerdir. Bu özellikler, özellikle yayılı spektrum haberleşmesi, çok kullanıcıli haberleşme, güvenli haberleşme gibi haberleşme sistemlerine uygulanan işaretler için gerekli olan koşulları sağlamaktadır. Başlangıç olarak kaotik haberleşmedeki araştırmalar bilgi işaretlerini kaotik işaretlere haritalama ve bilgi işaretini kaotik işaretten tekrar elde etme amacıyla yapılmıştır. Daha sonra kaotik modülasyon, maskeleyme ve yayılı-spektrum içeren çeşitli kaotik haberleşme yaklaşımları ileri sürülmüştür [1]. Şekil 1.'de kaotik modülasyona dayalı genel bir kaotik haberleşme sistemi gösterilmektedir. Böyle bir sistemde öncelikle iletilen bilgi bitleri sembolik dinamikler kullanılarak kodlanır. Kaotik

haberleşme sistemleri, 0 ve 1'leri göstermek için dikdörtgen darbeler ya da sinüzoidaller gibi yapısal işaretler kullanmak yerine bilgiyi iletilen işaretin zamanla değişimine ya da dinamiklerine gömer. Kaotik sistemin dinamikleri tarafından biçimlendirilen durum uzayı bölgeleri, farklı semboller göstererek şekilde düzenlenir. Bilgi bitlerini kaotik sistemin durumlarına haritalama işlemi kaotik modülasyon olarak ifade edilir. Daha sonra uygun bir taşıyıcı kullanılarak kaotik dizi kanaldan iletilir. Kanal iletilen işareti değiştirir ve toplanabilir gürültü ile işareti bozar. Denkleştiricinin amacı kanalın neden olduğu bozucu etkileri ortadan kaldırmaktır. Kanal denkleştirme algoritmalarının çoğu iletilen işaret bilgisini kullanırken sabit genlik algoritması gibi bazı algoritmalar bu bilgiyi kullanmadan kanalı denkleştirir. Son olarak, geri elde edilen kaotik dizi yeniden üretilen işaretin sembolik dinamiklerinden iletilen bit dizisinin bir kestirimini elde etmek için kaotik bir demodülatörden geçirilir [2].



Şekil 1. Genel Bir Kaotik Haberleşme Sistemi

Gürültü kadar semboller arası girişimin de iletilen işareti etkilediği kanal bozunumları için kanal denkleştiriciler tipik olarak, uyarlamalı filtreler olarak gerçekleştirilirler. Kanal denkleştiricilerin çoğu PAM (Darbe Genlik Modülasyonu) ve QAM (Kuatratör Genlik Modülasyonu) gibi klasik modülasyon yöntemleri için geliştirilmiştir. Kaotik modülasyon yöntemleri klasik modülasyon yöntemlerinden oldukça farklı olduğundan, klasik denkleştirme algoritmaları çalışmaz ve kaotik

haberleşme sistemleri için özel olarak geliştirilen kanal denkleştirme algoritmalarına ihtiyaç duyulur. Kaotik haberleşme sistemleri için denkleştirme algoritmaları hakkında bazı araştırmalar yapılmıştır. Heidari tarafından yapılan çalışmada kanaldaki gürültü ve genlik dalgalanmalarına karşı dayanıklı kaotik bir haberleşme yöntemi ileri sürülmüştür. Bu yöntem eşzamanlanan ayrık zamanlı kaotik sistemleri kullanır [3]. Coumo ve Oppenheim tarafından yapılan çalışmada ise kendiliğinden eşzamanlanmaya dayalı bir kanal denkleştirici gösterilmiştir. Ancak kaotik sistemlerin çoğunun bu özelliğe sahip olamaması bu metodun bir sınırlamasıdır [4]. Leung'un çalışmasında doğrusal olmayan kestirim tekniği kullanılarak kaotik haberleşme için kanal denkleştirme uygulaması yapılmıştır [5]. Bobrovsky'in çalışmasında ise Gaussian filtresi kullanılarak kaotik haberleşme sistemlerinde FIR kanallar için gözü kapalı kanal denkleştirme yapılmıştır [6]. Wang ve Zheng 'in yaptıkları çalışmada doğrusal olmayan kestirim tekniği kullanılarak kaotik bir giriş işaretini ile sürülen doğrusal bir sistemin kanal parametrelerinin nasıl belirlenebileceği incelenmiştir [7]. Leung ve Zhu tarafından yapılan bir başka çalışmada kaotik modülasyonlu haberleşme sistemleri için kanal katsayılarını izlemeye ve bilgi işaretini tekrar elde etmeye genişletilmiş Kalman filtresi tekniğine dayalı doğrusal olmayan uyarlamalı bir algoritma ileri sürülmüştür. Uyarlamalı kanal denkleştirme ve demodülasyon işlemleri birleştirilmiştir. Leung ve Xie kaos kullanarak özyinelemeli bir sistemin gözü kapalı tanımlanması problemini ele almıştır [9]. Yine Leung ve Zhu tarafından yapılan çalışmada genişletilmiş Kalman filtresi kullanılarak kaotik haberleşme sistemleri için uyarlamalı gözü kapalı denkleştirme yapılmıştır [10].

Bu bildiride kaotik haberleşme sistemleri için kanalın bozucu etkilerini ortadan kaldıran bir kanal denkleştirme algoritması gösterilmiştir. Ayrıca kaotik modülasyon ve demodülasyon için basit teknikler ileri sürülmüştür. Denkleştiricinin etkinliğini göstermek için kanalın çıkışındaki ve denkleştiricinin çıkışındaki göz diyagramları ile kanalın ve denkleştiricinin frekans cevabı gösterilmiştir. 2. kısımda, ele alınacak kaotik sistemler ve göz diyagramları hakkında bazı bilgiler verilmiştir. 3. kısımda kaotik haberleşme sistemleri ve denkleştirme algoritmaları gösterilmiştir. İleri sürülen algoritma için simülasyon sonuçları 4. kısımda verilmiştir.

2. GENEL BİLGİLER

Genel olarak ayrık- zamanlı kaotik işaretler şu şekilde gösterilir:

$$x(n+1) = f[x(n)] \quad (1)$$

burada $f(.)$ başlangıç koşullarına hassasiyetle bağımlılık gibi kaotik işaretlere ait özelliklere uyan doğrusal olmayan dinamik bir eşitliktir. Doğrusal olmayan dinamik $f(.)$ ve başlangıç koşulu $x[0]$ belirlendikten sonra kaotik diziyi üretmek basittir. Ancak sonlu hassasiyetten dolayı birçok kaotik haritalama için birkaç iterasyondan sonra kaotik dizi bozulur ve artık kaotik olmaz. En yaygın iki tek- boyutlu kaotik haritalama, testere dişi ve çadır haritalama, bu problemin örneklerindendir. Burada diziyi doğrudan üretmek yerine alternatif bir sembolik dinamik gösterilim kullanılmıştır. Bu sembolik dinamik gösterilim hem etkili kaotik modülasyon ve demodülasyon için bir anahtardır hem de denkleştirmeyi mümkün hale getirir. Bu kısmın devamında testere dişi kaotik haritalama için dinamik eşitlikler ve karşılık gelen sembolik dinamik gösterilimler verilmiştir.

Testere dişi haritalama aşağıdaki dinamik eşitlik ile verilir;

$$x[n] = f(x[n]) = 2x[n-1] \bmod \begin{cases} 2x[n-1], x[n] < 0,5 \\ 2x[n-1] - 1, x[n] \geq 0,5 \end{cases} \quad (2)$$

Testere dişi haritalamanın sembolik dinamik gösterilimi kaotik işaretlerin ikili gösterilimlerinden bulunur.

$$x[0] = 0.b_n b_{n+1} b_{n+2} \dots \quad \text{burada } b_k = \{0,1\}$$

Böylece testere dişi haritalama şu şekilde verilir;

$$x[n+1] = f(x[n]) = 0.b_{n+1} b_{n+2} b_{n+3} \dots \quad (3)$$

Daha önemlisi, Drake ve Williams [11] testere dişi haritalamanın çıkışının, doğrusal bir filtrenin ikili diziye cevabına eşdeğer olduğunu göstermişlerdir. Bu filtrenin impuls cevabı şöyle verilir;

$$h[n] = 2^n u[-n-1] \quad (4)$$

ve karşılık gelen transfer fonksiyonu;

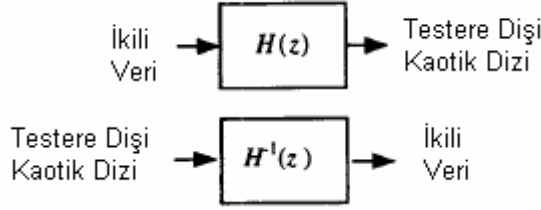
$$H[z] = \frac{z/2}{1-z/2}, |z| < 2 \quad (5)$$

Böylece filtrenin

$$\text{çıkışı } x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b[n-k] h[k] \text{ 'dır. Burada } x[0]$$

başlangıç koşulu tam olarak $b[n]$ dizisini belirler.

$$x[0] = 0.b_0 b_1 b_2 \dots \text{ ve } b[n+1] = b_n, \quad n \geq 0$$



Şekil 2. Doğrusal Filtreleme Üzerinden Testere Dişi Kaotik Modülasyon ve Demodülasyon Gösterimi

Testere dişi haritalama için bu doğrusal filtreleme gösterilimi Şekil 2.'de gösterilen kaotik modülasyon için kullanılır. Giriş bilgi bitleri dizisi çıkış ise kaotik bir dizedir.

Bu kaotik modülatör için ters filtreleme, girişi kaotik bir bit dizisi çıkışı ikili bir dizi olan FIR bir filtredir. Bu ters filtre için transfer fonksiyonu;

$$H^{-1}[z] = -1 + 2z^{-1} \quad (6)$$

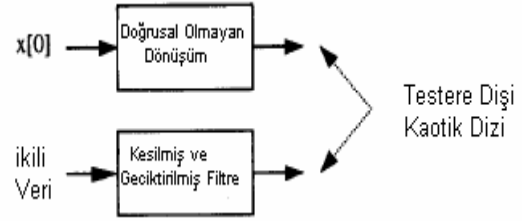
Böylece Şekil 2.'deki kaotik demodülatör sadece ters filtredir.

Testere dişi kaotik haritalamayı doğrusal filtreleme ile ifade etmek özellikle işaret işleme açısından oldukça önemlidir. Bu gösterim ile, kaotik sistem işaret işlemede çok kullanılan bir işlem (konvolüsyon) vasıtasıyla yazılmakla kalmaz aynı zamanda kaotik sistemin doğrusal bir gösterilime tam olarak eşdeğer olduğu da gösterilmiş olur.

Sonuç olarak, ikili bir bit dizisi kaotik bir dizi elde etmek için (5)'de verilen filtrenin girişine uygulanır. Pratikte bu mümkün değildir çünkü bu filtre nedensel değildir ve sonsuz uzunluktadır. Ancak, bu filtreyi gerçekleştirilebilir hale getirmek için basit değişiklikler yapılabilir. İlk olarak, filtre katsayıları aniden değiştiğinden filtre kısaltılabilir. İkinci olarak sonuçtaki katsayılar kaydırılarak filtre nedensel hale getirilebilir. Böylece filtrenin impuls cevabı;

$$\hat{h}(n) = \frac{2^{N-1}}{2^n}, \quad 0 \leq n \leq N \quad (7)$$

Kesme hassasiyet kaybına ve katsayıları kaydırma gecikmeye neden olur fakat her ikisi de telafi edilebilirdir. Bu değişikliklerden dolayı çıkış, sonlu hassasiyet çerçevesinde kaotik bir diziyi yakınsayacaktır. Bu yapı Şekil 3.'de gösterilmiştir. Daha önce verilen ters filtre kullanılarak kaotik işaretten bit dizisi tekrar elde edilebilir. Böylece kaotik modülasyon ve demodülasyon problemleri testere dişi haritalama için çok basit bir filtreleme işlemi ile çözülmüş olur. Bu ileri ve ters filtreleme gösterimleri ileri sürülen kanal denkleştirme algoritması için anahtar niteliğindedir.



Şekil 3. Farklı Kaotik Diziler Üretmek İçin İki Farklı Gerçekleştirme

Benzer işlemler bir diğer yaygın haritalama olan çadır haritalama için de yapılabilir. Çadır haritalama aşağıdaki dinamik eşitlik ile verilir;

$$x[n+1] = f(x[n]) = \begin{cases} 2x[n], & x[n] < 0.5 \\ 2 - 2x[n], & x[n] \geq 0.5 \end{cases} \quad (8)$$

Çadır haritalama aşağıdaki ikili gösterilime sahiptir;

$$f(x[n]) = f(0.b_n b_{n+1} b_{n+2} \dots) = \begin{cases} 0.b_{n+1} b_{n+2} b_{n+3} \dots, & b_n = 0 \\ 0.b_{n+1}^* b_{n+2}^* b_{n+3}^* \dots, & b_n = 1 \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{burada } b_k^* = \begin{cases} 1, & b_k = 0 \\ 0, & b_k = 1 \end{cases}$$

Böylece bu haritalama modülatör ve demodülatöre basit bir doğrusalsızlık eklenerek, b_k^* 'yı dikkate alacak şekilde alacak şekilde testere dişi haritalama ile benzer şekilde gerçekleştirilebilir.

Bahsedilen yaygın iki tek-boyutlu haritalama kullanılarak bire-bir dönüşümlerle daha fazla kaotik haritalama üretilebilir. Örneğin, lojistik haritalama da bu yaklaşımla üretilebilir. Ayrıca tek-boyutlu haritalamaları farklı şekillerde birleştirerek daha yüksek boyutlu haritalamalar elde edilebilir [11].

Göz Diyagramları

Ekranı silmeden nT saniyede bir alınan işareti takip eden bir osiloskop göz önüne alalım. Bu şekilde elde edilen grafiğe göz diyagramı denir. Diğer bir deyişle bir göz diyagramının yatay eksenini n adet sembolün kapladığı alan ve dikey eksenini alınan dalga şeklinin değeridir. Üst üste gelen izlerin sayısı arttıkça göz diyagramı koyulaşır ve tekrar elde edilecek işarete kanala, darbe şeklinin ve diğer faktörlerin nasıl etki ettiğini gösterir. Göz diyagramları insan gözüne benzetilerek açıklanmıştır. Göz açıklığı ne kadar fazlaysa semboller birbiri içine o kadar az girmiş demektir.

Bu durumda iletilen işareti tekrar elde etmek o kadar kolaydır. Göz açıklığı ne kadar azsa semboller o kadar birbiri içine geçmiş demektir bu durumda iletilen işareti tekrar elde etmek çok zordur [12].

3. KAOTİK HABERLEŞME SİSTEMLERİ VE DENKLEŞTİRİCİ

Bu aşamada artık kaotik modülasyon ve demodülasyonun nasıl yapıldığı açıktır. Kaotik demodülasyonu gerçekleştirmek için orijinal iletilen kaotik diziye sahip olunması gerekir ancak daha önce de bahsedilen kanal etkilerinden dolayı alınan kaotik dizi bozulmuş olacaktır. Bu yüzden iletilen kaotik diziyi geri elde edebilmek için denkleştiriciye ihtiyaç duyulur. Bu kısımda denkleştirici bileşeninin blok diyagramı verilmiştir. Basitleştirme için ayrık-zaman gösterilimi kullanılmış ve testere dişi haritalama ele alınmıştır.

Şekil 4.'de denkleştirici ve demodülatör ayrıntılı bir şekilde gösterilmiştir. Bu blok diyagramda $r[n]$ bozulmuş bir kaotik dizi olan kanal çıkışını göstermektedir ve denkleştirici uyarlamalı FIR bir filtredir. $x_e[n]$ ile gösterilen denkleştirici çıkışı düzeltilmiş iletilen kaotik dizidir. Daha sonra $x_e[n]$, ikinci kısımda verilen ters filtre $H^{-1}[z]$ 'den geçirilir ve kaotik diziyi demodüle etmek için eşik işlemine tabi tutulur,

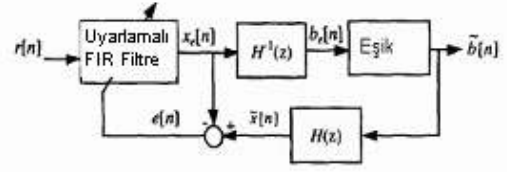
$$\hat{b}[n] = \begin{cases} 0, & b_e[n] < 0.5 \\ 1, & b_e[n] \geq 0.5 \end{cases} \quad (10)$$

Filtre katsayılarını güncellemek için, istenilen işaret ve denkleştirici çıkışı arasındaki farka eşit olan hata işaretine ihtiyaç duyulur. Bu durumda hata, alınan bit dizisi $\hat{b}[n]$ 'in iletilen bit dizisine çok yakın olduğu ve böylece doğrusal filtre $H[z]$ 'in girişi olarak alınabileceği varsayılarak elde edilir. Bu filtrenin çıkışında kaotik dizi tekrar üretilmiş olur ($\hat{x}[n]$). Böylece gereken hata dizisi aşağıdaki eşitlikten hesaplanabilir.

$$e[n] = x_e[n] - \hat{x}[n] \quad (11)$$

Hata elde edildikten sonra NLMS gibi bilinen uyarlamalı filtre algoritmaları filtre katsayılarını güncellemek için kullanılabilir.

Kaotik modülasyon ve denkleştirici sadece testere dişi haritalama için gösterilmesine rağmen bu sonuçları ikinci kısımda verilen sembolik gösterimlere dayalı olarak çadır haritalama ve diğer haritalamalar için genişletmek mümkündür.



Şekil 4. Testere Dişi Kaotik Haritalama İçin Kanal Denkleştirici

4. SİMÜLASYONLAR VE SONUÇLAR

İleri sürülen algoritmayı simüle etmek için kanal,

$$c(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos[2\pi(n-2)/3], & n=1,2,3 \\ 0, & \end{cases} \quad (12)$$

impuls cevabına sahip olacak şekilde modellenmiştir. Kanal için herhangi bir FIR filtre modeli de kullanılabilir. Kanalin işarete beyaz Gauss gürültüsü $w[n]$, ilave ettiği varsayılmıştır. Böylece kanalın çıkışındaki işaret şu şekilde yazılır;

$$r[n] = c[n] * x[n] + w[n] \quad (13)$$

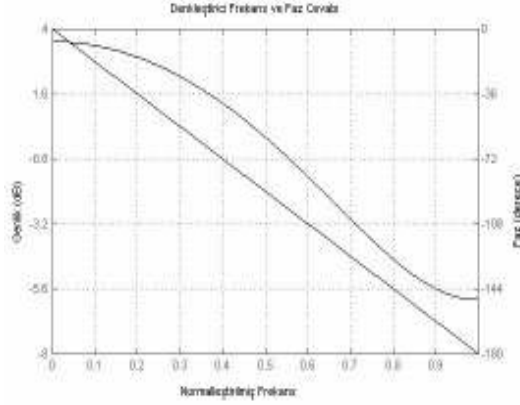
burada $x[n]$ kaotik modülatörün çıkışıdır.

Denkleştirici filtre katsayılarını güncellemek için LMS algoritması kullanılmıştır. Uyarlama, filtre katsayılarını başlangıç değerlerini belirlemek için eğitimli bir dizi yani bilgi bitlerinin bilinen bir dizisi ile başlar. Simülasyonlar için adım büyüklüğü 0,1 alınmıştır ve 20. dereceden denkleştirici kullanılmıştır. Denkleştiricinin frekans cevabı ve kanalın frekans cevabı çizilmiştir. Kanalın eklediği gürültünün varyansı 0.001 olarak alınmıştır ve simülasyonlar 1000 iterasyon için gerçekleştirilmiştir.

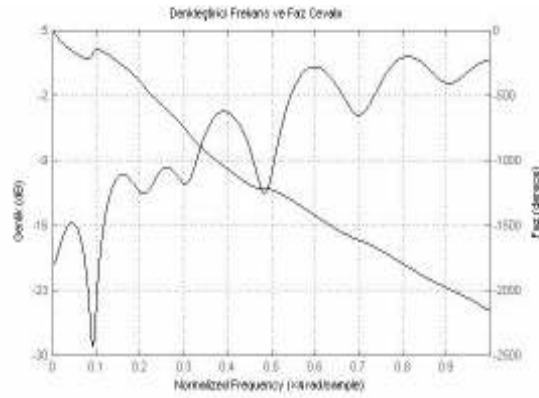
Kanalın frekans cevabı ile denkleştiricinin frekans cevabı incelendiğinde birbirinin tersi işlem yaptıkları görülür (Şekil 5- Şekil 6) Örneğin kanal bir alçak geçiren filtre iken denkleştirici beklendiği gibi yüksek geçiren bir filtredir. Denkleştiricinin amacı kanalın etkilerini yok etmektir. İdealde kanalın frekans cevabı ile denkleştiricinin frekans cevabının çarpımının sabit olması istenir.

Şekil 7.'de kanal çıkışında ve denkleştirici çıkışında göz diyagramları gösterilmektedir. Kanalın bozucu etkilerinden dolayı kanal çıkışında sıfırlar ve birler birbirinin içine geçmiş durumdadır. Bu durumda iletilen bit dizisinin ne olduğuna karar vermek imkânsızdır. Denkleştiriciden sonraki göz

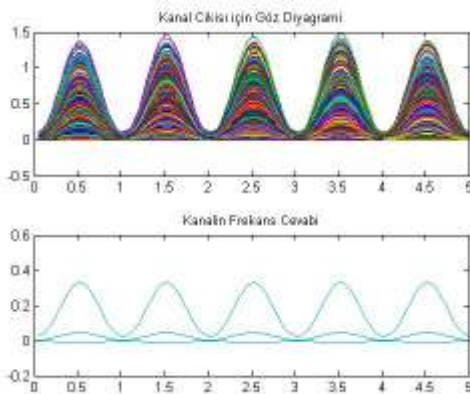
diyagramına baktığımızda sıfır ve birlerin birbirinden ayrılmış olduğu görülür artık iletilen bit dizisini bulmak kolaydır. Böylece denkleştirici amacını gerçekleştirmiş olur.



Şekil 5. Kanal Frekans Cevabı



Şekil 6. Denkleştirici Frekans Cevabı



Şekil 7. Kanal Çıkışında ve Denkleştirici Çıkışında Göz diyagramları

5. SONUÇLAR

Bu bildiride kaotik işaretlerin doğrusal zamanla değişmeyen bir filtrenin çıkışı olarak modellenebileceği gösterilmiştir. Böylece klasik haberleşme sistemlerinde var olan birçok uyarlamalı denkleştirme algoritmasının kaotik durumda da kullanılabilir hale geldiği gösterilmiştir.

6. REFERANSLAR

- [1] P. Stavroulakis, *Chaos Applications in Telecommunications*, Taylor & Francis, 2006.
- [2] M. Ciftci, D.B. Williams, A Novel Equalizer for Chaotic Digital Communications Systems, *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1999.
- [3] G. Heidari-Bateni, and C.D. McGillem, A Chaotic Communication Direct-Sequence Spread-Spectrum Communication System, *IEEE Trans. On Communication*, vol. 42, no. 21314, Şubat 1994.
- [4] K.M. Cuomo, A.V. Oppenheim, and R.J. Barron, Channel Equalization For Self-Synchronizing Chaotic Systems, *IEEE Int. Conf. on Acous., Speech and Sig. Proc.*, Mayıs 1996.
- [5] H. Leung, Z. Zhu, Doğrusal Olmayan Kestirim Tekniği Kullanılarak Kaotik İşaretlerle Sürülen Doğrusal Sistemlerin Tanımlanması, *IEEE Transactions on Circuits and Systems Vol.49, No.2*, 2002.
- [6] A.A.B.Z. Bobrovsky, Adaptive Blind Equalization of FIR Channels for Chaotic Communication Systems Using Gaussian Filter, *Electrical and Electronics Engineers in Israel*, 2002.
- [7] B.Y. Wang, W. X. Zheng, Blind Adaptive Channel Identification/Equalization in Chaotic Communications By Using Nonlinear Prediction Technique, *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2004.
- [8] H. Leung, "System identification using chaos with application to equalization of a chaotic modulation system," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 45, pp. 314–320, Mar. 1998.
- [9] H. Leung, N. Xie, Blind Identification of an Autoregressive System Using a Nonlinear Dynamical Approach, *IEEE Transactions on Circuits and Systems Vol. 52, No.9*, 2005
- [10] H. Leung, Z. Zhu, Adaptive Blind Equalization for Chaotic Communication Systems Using Extended-Kalman Filter, *IEEE Transactions on Circuits and Systems Vol. 48, No.8*, 2001
- [11] D.F. Drake, Information's Role in the Estimation of Chaotic Signals, *Georgia Institute of Technology*, 1998.
- [12] C. Richard Johnson, Jr., William A. Sethares, *Telecommunication Breakdown* Prentice Hall, Şubat 2003.