

# Asimetrik Sönümlü Kanallarda İki Atlamalı Çöz-ve-Aktar Röleli İletimin Servis-dışı Kalma Olasılığının Analizi

## Outage Probability Analysis of Two-Hop Decode-and-Forward Relaying in Asymmetric Fading Channels

Mehmet BİLİM, Nuri KAPUCU, İbrahim DEVELİ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Erciyes Üniversitesi

bilim@erciyes.edu.tr, nurikapucu@erciyes.edu.tr, develi@erciyes.edu.tr

### Özet

*Bu çalışma, iki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletim modelinin asimetrik sönümlü kanallarda servis-dışı kalma olasılığını sunmaktadır. Ele alınan işbirlikli sistem, bir kaynak (S), bir röle (R) ve bir hedeften (D) oluşmaktadır. İncelenen asimetrik senaryoya göre, kaynak-röle ve röle-hedef arasında bulunan kanallar sırasıyla Rayleigh ve genelleştirilmiş Gamma sönümlenmesine sahiptir. İşbirlikli sistemin servis-dışı kalma olasılığı için analitik bir ifade türetilmiştir. Direk ve röleli iletimin servis-dışı kalma olasılığı için türetilen bu ifade kullanılarak nümerik sonuçlar verilmiştir.*

### Abstract

*This work presents the outage probability of two-hop decode-and-forward (DF) relaying in asymmetric fading channels. Cooperation system considered in this work consists of a source (S), a relay (R) and a destination (D). According to asymmetric scenario assumed here, source-relay and relay-destination links are subject to Rayleigh fading and generalized Gamma fading, respectively. An analytical expression is derived for the outage probability of considered cooperation model and some numerical results of the outage probability are presented for both direct transmission and DF relaying scheme by using the derived expression.*

### 1. Giriş

Kablosuz haberleşme sistemleri, çokyollu sönümlenme olarak adlandırılan rastgele sinyal zayıflamasından olumsuz yönde etkilenmektedir. Bu sönümlenme koşulları Rayleigh, Nakagami- $m$  ve Weibull gibi bazı matematiksel dağılım fonksiyonları ile karakterize edilebilmektedir. Stacy tarafından önerilen bir diğer sönümlenme modeli genelleştirilmiş Gamma sönümlenmesidir [1]. Bu sönümlenme modeli özel durumlarda, Rayleigh, Nakagami- $m$  ve Weibull sönümlenme koşullarını kapsamaktadır. Coulson ve ark [2]'deki çalışmada, genelleştirilmiş Gamma dağılımının çokyollu sönümlenme

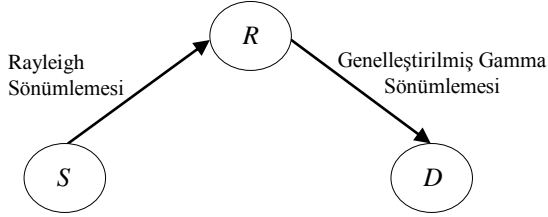
koşullarını hem gerçek hem de simülasyon ortamında iyi bir şekilde modellediğini göstermiştir.

Günümüze kadar, kablosuz röleli ağların sönümlü kanallardaki performansı bazı çalışmalarda sunulmuştur [3-9]. [3, 4]'teki çalışmalarda, simetrik Weibull sönümlü kanallarda kuvvetlendir-ve-aktar röleli iletimin performansı ve optimizasyon problemi ele alınmıştır. Pratikte röleli sistemlerde, işbirlikli düğümler arasındaki kanallar farklı sönümlü koşullara sahip olabilmektedir. Suraweera ve ark. [5] kuvvetlendir-ve-aktar röleli iletimin Rayleigh/Rician sönümlü kanallardaki ortalama bit hata olasılığı ve servis-dışı kalma olasılığı ifadelerini türetmişlerdir. [6]'daki çalışmada, kaynak-röle ve röle-hedef düğümlerinin sırasıyla Rayleigh/Rician ve Rician/Rayleigh sönümlü koşullara sahip olduğu durumlar için kuvvetlendir-ve-aktar yönteminin performansı incelenmiştir. [7]'deki çalışmada ise kuvvetlendir-ve-aktar yönteminin Nakagami- $m$  ve Rician sönümlü kanallardaki performansı analiz edilmiştir. [8, 9]'daki çalışmalar, iki atlamalı röleli iletimin simetrik Rayleigh sönümlü kanallardaki performansını incelemiştir. İkki ve Ahmed [10]'da verilen çalışmada, iki atlamalı röleli haberleşme sisteminin simetrik genelleştirilmiş Gamma sönümlü kanallardaki performans analizini gerçekleştirmişlerdir. [11, 12]'deki çalışmalarda, çöz-ve-aktar röleli iletim ile çöz-ve-aktar işbirlikli çeşitlenimin performansı sunulmuştur. Bununla birlikte literatürde yapılan çalışmalarda, iki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletimin Rayleigh ve genelleştirilmiş Gamma sönümlü asimetrik kanallardaki servis-dışı kalma olasılığı analizi yapılmamıştır. Bu çalışmada, iki atlamalı çöz-ve-aktar yöntemi ile röleli iletim modelinin Rayleigh ve genelleştirilmiş Gamma sönümlü kanallarda servis-dışı kalma olasılığı ifadesi türetilmiş ve analizi gerçekleştirilmiştir [14].

### 2. Sistem Modeli

Şekil 1'de, ele alınan iki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletim modeli gösterilmektedir. Bu modelde kaynak-hedef arasındaki haberleşme, röle aracılığı ile gerçekleşmektedir. Çöz-ve-aktar

işbirlikli modelde, ilk olarak kaynak mesajı röleye iletir ve röle mesajı çözer, kodlama işleminden sonra hedefe gönderir. Bu sistemde,  $\gamma_1 = |h_{SR}|^2 P_1 / N_0$  ve  $\gamma_2 = |h_{RD}|^2 P_2 / N_0$  sırasıyla kaynak-röle ve röle-hedef arasındaki kanalların anlık işaret-gürültü oranlarını tanımlamaktadır.  $h_{SR}$ , Rayleigh sönümlenme katsayısını,  $h_{RD}$  ise genelleştirilmiş Gamma sönümlenme katsayısını ifade etmektedir. Ayrıca  $P_1$  ve  $P_2$ , sırasıyla kaynak ve rölenin iletim gücünü belirtmektedir.  $N_0$  ise toplanabilir beyaz Gauss gürültüsünün (Additive White Gaussian Noise, AWGN) gücünü ifade etmektedir.



Şekil 1: İki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletim modeli.

Kaynak-röle arasındaki kanal Rayleigh sönümlü kanal olup, anlık işaret-gürültü oranı ifadesine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu eşitlik (1)'deki gibidir:

$$p_{\gamma_1}(\gamma_1) = \frac{1}{\bar{\gamma}_1} \exp\left(-\frac{\gamma_1}{\bar{\gamma}_1}\right) \quad (1)$$

burada  $\bar{\gamma}_1 = E(|h_{SR}|^2) P_1 / N_0$ ,  $\gamma_1$  ifadesinin ortalama değerini ve  $E(\cdot)$  ise istatistiksel ortalama operatörünü ifade etmektedir. Röle-hedef arasındaki kanal genelleştirilmiş Gamma sönümlenmesine sahip olduğundan dolayı bu kanalın anlık işaret-gürültü oranı ifadesine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu eşitlik (2)'deki gibi verilebilir:

$$p_{\gamma_2}(\gamma_2) = \frac{v(\beta/\bar{\gamma}_2)^{mv}}{\Gamma(m)} \gamma_2^{vm-1} \exp\left\{-\left(\frac{\beta\gamma_2}{\bar{\gamma}_2}\right)^v\right\}, \gamma_2 \geq 0 \quad (2)$$

burada  $\beta = \Gamma(m+1/v) / \Gamma(m)$ ,  $m$  sönümlenme parametresi,  $v$  biçimlendirme parametresidir.  $\bar{\gamma}_2 = E(|h_{RD}|^2) P_2 / N_0$ ,  $\gamma_2$  ifadesinin ortalama değerini ve  $\Gamma(\cdot)$  Gamma fonksiyonunu ifade etmektedir [13]. Genelleştirilmiş Gamma sönümlenmesi  $m=v=1$  durumunda Rayleigh,  $v=1$  durumunda Nakagami- $m$  ve  $m=1$  iken Weibull sönümlenmesine dönüşmektedir.

### 3. Servis-dışı Kalma Olasılığı Analizi

Servis-dışı kalma olasılığı (outage probability,  $P_{out}$ ), kablosuz haberleşme sistemleri için yaygın olarak kullanılan önemli bir performans ölçütüdür. Bazı durumlarda kaynak ile hedef arasında haberleşme için uygun şartlar olmayabilir bu yüzden bir röle aracılığı ile haberleşme sağlanabilir. İki atlamalı çöz-ve-aktar işbirlikli yönteminde, kanallardan biri veya her ikisinde anlık işaret-gürültü oranı, belirli bir eşik seviyesinin

( $\gamma_{th}$ ) altına düştüğü zaman servis-dışı kalma gerçekleşmektedir. Böylelikle  $P_{out}$  ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P_{out} = \Pr\{\min(\gamma_1, \gamma_2) \leq \gamma_{th}\} \\ = 1 - \Pr(\gamma_1 > \gamma_{th}) \Pr(\gamma_2 > \gamma_{th}). \quad (3)$$

Kaynak-röle arasındaki kanal için Rayleigh sönümlenmesine göre  $\Pr(\gamma_1 > \gamma_{th})$  ifadesi aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\Pr(\gamma_1 > \gamma_{th}) = \int_{\gamma_{th}}^{\infty} p_{\gamma_1}(\gamma_1) d\gamma_1 \\ = \exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_1}\right). \quad (4)$$

Röle-hedef arasındaki kanal için genelleştirilmiş Gamma sönümlenmesi göz önüne alınarak,  $\Pr(\gamma_2 > \gamma_{th})$  ifadesi eşitlik (5)'deki gibi yazılabilir:

$$\Pr(\gamma_2 > \gamma_{th}) = \int_{\gamma_{th}}^{\infty} p_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 \\ = \int_{\gamma_{th}}^{\infty} \frac{v(\beta/\bar{\gamma}_2)^{mv}}{\Gamma(m)} \gamma_2^{vm-1} \exp\left\{-\left(\frac{\beta\gamma_2}{\bar{\gamma}_2}\right)^v\right\} d\gamma_2. \quad (5)$$

[13, eşitlik (3.381.9)] kullanılarak  $\Pr(\gamma_2 > \gamma_{th})$  ifadesi eşitlik (6)'daki gibi türetilebilir:

$$\Pr(\gamma_2 > \gamma_{th}) = \frac{\Gamma\left(m, \frac{\beta^v \gamma_{th}^v}{\bar{\gamma}_2^v}\right)}{\Gamma(m)} \quad (6)$$

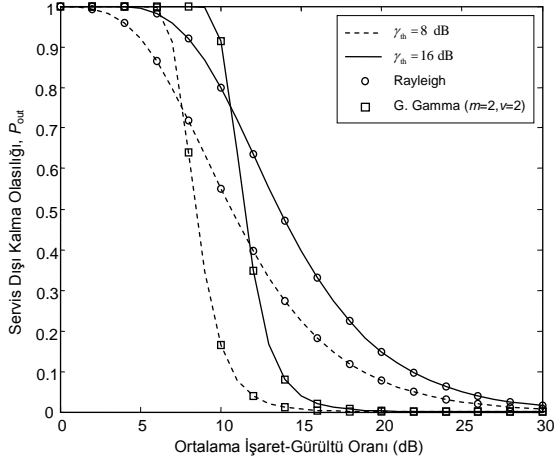
burada  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  "incomplete" Gamma fonksiyonudur [13]. Çöz-ve-aktar iletim sistemi için eşitlik (4) ve (6), eşitlik (3)'te yerine yazılarak  $P_{out}$  aşağıdaki gibi elde edilebilir [14]:

$$P_{out} = 1 - \frac{\exp\left(-\frac{\gamma_{th}}{\bar{\gamma}_1}\right) \Gamma\left(m, \frac{\beta^v \gamma_{th}^v}{\bar{\gamma}_2^v}\right)}{\Gamma(m)}. \quad (7)$$

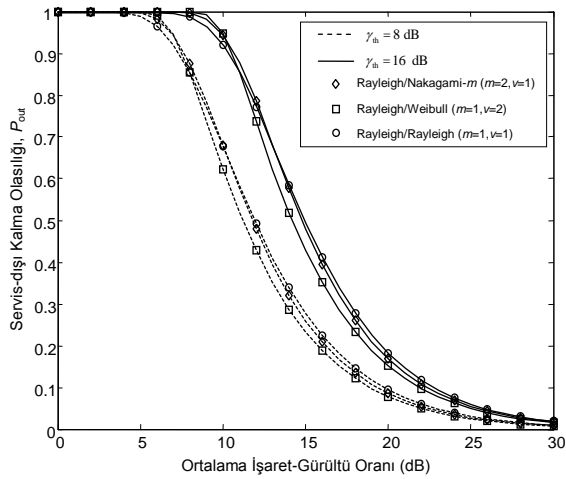
### 4. Nümerik Sonuçları

Bu bölümde, daha önce eşitlik (7)'de türetilen servis-dışı kalma olasılığı ifadesinin kullanılmasıyla elde edilen nümerik sonuçlar sunulmuştur. İki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletme ek olarak, Rayleigh ve genelleştirilmiş Gamma dağılımı kullanılarak direk iletim durumunun servis-dışı kalma olasılığı da incelenmiştir.

Şekil 2'de direk iletim durumuna ait servis-dışı kalma olasılığı için elde edilen nümerik sonuçlar verilmiştir. Bu nümerik sonuca ait eğrilerde, direk iletim için farklı eşik değerleri göz önüne alınmıştır. Bu eşik değerleri sırasıyla  $\gamma_{th} = 8$  dB ve  $\gamma_{th} = 16$  dB şeklindedir.



Şekil 2: Rayleigh ve geliştirilmiş Gamma sönümlü kanallarda direk iletimin servis-dışı kalma olasılığı ( $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2$ ).



Şekil 3: İki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletimin Rayleigh ve geliştirilmiş Gamma sönümlü kanallardaki servis-dışı kalma olasılığı ( $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2$ ).

Şekil 3'te, iki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletim modelinin karma Rayleigh ve geliştirilmiş Gamma sönümlü kanallardaki servis-dışı kalma olasılığı gösterilmiştir. Kaynak-röle arasındaki kanal Rayleigh sönümlenmesine sahip iken, geliştirilmiş Gamma dağılımının esnekliği kullanılarak röle-hedef arasındaki kanal sırasıyla Rayleigh ( $m=v=1$  durumu), Nakagami- $m$  ( $v=1, m=2$  durumu için) ve Weibull ( $m=1, v=2$  durumu için) sönümlenmesine dönüştürülmüştür. Bu özel durumların servis-dışı kalma olasılıkları için eşik seviyeleri direk iletim durumuna benzer şekilde 8 dB ve 16 dB alınarak gösterilmiştir.

## 5. Sonuç

Röleli iletimde farklı düğümler arasındaki kanalların sönümlenme koşullarının birbirinden farklı olarak ele alınması sistemin gerçekliğini arttırmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada, asimetrik sönümlü kanallar ele alınmış ve iki atlamalı çöz-ve-

aktar iletim sistemi için servis-dışı kalma olasılığı ifadesi türetilmiştir. Kaynak-röle ve röle-hedef arasındaki kanallar sırasıyla Rayleigh ve geliştirilmiş Gamma sönümlenmesine sahiptir. Geliştirilmiş Gamma dağılımının esnekliği kullanılarak farklı sönümlenme durumları için servis-dışı kalma olasılığı gösterilmiştir. Bu çalışmada türetilen analitik ifade, Rayleigh/Nakagami- $m$  ve Rayleigh/Weibull gibi farklı asimetrik sönümlü kanallarda iki atlamalı çöz-ve-aktar röleli iletim modelinin performansını değerlendirmek için oldukça kullanışlıdır.

## Teşekkür

Bu çalışma Erciyes Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmektedir. Proje No: FBY-11-3682.

## 6. Kaynaklar

- [1] Stacy, E. W., "A generalization of the gamma distribution", *Ann. Math. Statistics*, Vol. 33, no. 3, pp. 1187-1192, 1962.
- [2] Coulson, A. J., Williamson, A. G. ve Vaughan, R. G., "Improved fading distribution for mobile radio", in *Proc. IEEE Commun.*, Vol. 145, no. 3, pp. 197-202, 1998.
- [3] İkki, S. S. ve Ahmed, M. H., "Performance analysis of dual hop relaying over non-identical Weibull fading channels", *IEEE Int. Con. VTC*, 2009, pp. 1-5.
- [4] İkki, S. S. ve Aissa, S., "A study of optimization for amplify-and-forward relaying over Weibull fading channels with multiple antennas", *IEEE Commun. Lett.*, Vol. 15, no. 11, pp. 1148-1151, 2011.
- [5] Suraweera, H. A. ve ark., "Two hop amplify-and-forward transmission in mixed Rayleigh and Rician fading channels", *IEEE Commun. Lett.*, Vol. 13, no. 4, pp. 227-229, 2011.
- [6] Suraweera, H. A., Karagiannidis, G. K. ve Smith, P. J., "Performance analysis of a dual-hop asymmetric fading channel", *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, Vol. 8, no. 6, pp. 2783-2788, 2011.
- [7] Xu, W., Zhang, J. ve Zhang, P., "Performance analysis of dual-hop amplify-and-forward relay system in mixed Nakagami- $m$  and Rician fading channels", *Electron. Lett.*, Vol. 46, no. 17, pp. 1231-1232, 2010.
- [8] Hasna, M. O. ve Alouini, M-S., "Performance analysis of two-hop relayed transmission over Rayleigh fading channels," *IEEE Int. Con. VTC*, 2002, pp. 1992-1996.
- [9] Anghel, P. ve Kaveh, M., "Analysis of two-hop transmission over Rayleigh fading channels," in *Proc. IEEE Int. Symp. Advances in Wireless Communications*, 2002, pp. 155-156.
- [10] İkki, S. ve Ahmed, M. H., "Performance analysis of dual-hop relaying communications over generalized Gamma fading channels," in *Proc. IEEE Global Communications Conf* 2007, pp. 3888-3893.
- [11] Yang, C., Wang, W., Zhao, S. ve Peng, M., "Opportunistic decode-and-forward cooperation in mixed Rayleigh and Rician fading channels", *ETRI Journal*, Vol. 33, no. 2, pp. 287-290, 2011.
- [12] Majhi, S., Nasser, Y., Helard, J.F. ve Helard, M., "Performance analysis of repetition-based decode-and-forward relaying over asymmetric fading channels", *IEEE Int. Con. PIMRC*, 2010, pp. 362-367.

- [13] Gradshteyn, I.S. ve Rzyhik, I.M., *Table of integrals, series, and products* Academic Press, 2007 (7. Baskı).
- [14] Kapucu, N., Bilim, M. ve Develi, İ., “Outage probability analysis of dual-hop decode-and-forward relaying over mixed Rayleigh and generalized Gamma fading channels”, *Wireless Personal Communications*, doi:10.1007/s11277-012-0853-6, 2012.