SONLU BİR KONİDEN SAÇILMANIN İNCELENMESİ

Erkan AFACAN
Gazi Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
06570, Maltepe, ANKARA
e.afacan@gazi.edu.tr

Erdem YAZGAN
Hacettepe Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
06532, Beytepe, ANKARA
yazgan@hacettepe.edu.tr

Anahtar sözcükler:Sonlu Koni, Radar Kesit Alanı, Saçılma

ÖZET

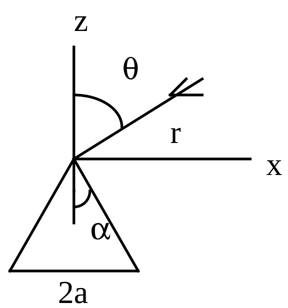
Bu çalışmada sonlu bir koninin radar kesit alanının hesaplanmasında kullanılan çeşitli yöntemler incelenmiştir. İlk olarak kullanılan yöntem fiziksel optik yöntemidir. Bu yöntemde çok fazla bilgisayar zamanı gerekmektedir. İkinci olarak koniden saçılan alanların hesaplanmasında geometrik kırınım teorisi kullanılmıştır. Bu yöntemde çözüm sonlu sayıda ışının toplamı olarak verilmektedir. Ancak geometrik kırınım teorisi kostik bölgelerinde geçerli sonuç vermemektedir. Bu sınırlamanın üstesinden gelmek için eşdeğer akım yöntemi kullanılarak bir kez ve iki kez kırınan alanlar hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

1. GİRİŞ

Sonlu bir koniden geri saçılan alan Geometrik Kırınım Teorisi kullanılarak Keller tarafından bulunmuştur [1]. Bu çözüm kenardan tek ve çift kırınımı içermektedir ve eksenel geri saçılma ayrıca ele alınmıştır. Ancak kostik bölgesinin yakınında hiç bir çözüm yoktur. Bechtel, Geometrik Kırınım Teorisini uygulayarak koni tabanının kenarından tek ve çift kırınımı hesaplamıştır [2]. Bechtel de kostik problemine değinmemiştir. Kostik düzeltmesi Ryan ve Peters'in yaptığı gibi eşdeğer akımların kullanılmasıyla elde edilebilir [3-4]. Burnside ve Peters eşdeğer akım yöntemini çift kırınımı içerecek biçimde genişletmişlerdir [5]. Burnside ve Peters eksenel radar kesit alanının iyileştirilmesi için farklı mekanizmalara da işaret etmişlerdir. Wang ve Mitschang Fiziksel Kırınım Teorisi kullanarak sonlu çembersel ve eliptik konilerin radar kesit alanlarını hesaplamışlardır [6]. Choi eşdeğer akım yöntemiyle sürünen dalgaları kullanarak sonlu bir koninin radar kesit alanını incelemiştir [7].

Bu çalışmada, önce sonlu bir koninin radar kesit alanı Fiziksel Optik kullanılarak bulunmuştur. Daha sonra Keller'in Geometrik Kırınım Teorisini kullanarak yaptığı formülasyon incelenmiştir. En son olarak da eşdeğer akım yöntemi ile tek ve çift kırınımların sonlu bir koninin radar kesit alanı üzerindeki etkisi araştırılmış ve üç yöntemden elde edilen sonuçlar birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

2. FİZİKSEL OPTİK FORMÜLASYONU



Şekil 1. Sonlu bir koni geometrisi

Şekil 1'de sonlu bir koni ve bu koniye z ekseni ile θ açısı yaparak gelen bir düzlemsel dalga görülmektedir. Düzlemsel dalga aynı açı ile geri dönmektedir. α koninin yarı açısıdır. Fiziksel Optik kullanılarak koninin radar kesit alanı bulunurken üç farklı bölgede inceleme yapılmalıdır [8]:

i) $0^\circ \le \theta < 90^\circ$

Bu bölgede yalnızca koninin yanal yüzeyinden saçılan alan vardır. Bu alan her iki tür kutuplanma için aşağıdaki formülle verilmektedir:

$$E_y^s = jk\,\frac{e^{-jkr}}{2\pi\, r}\sin\theta_0 \int_0^{r'} r' e^{j2kr'\cos\theta\cos\theta_0} \int_0^{\phi_2}\left(\sin\theta\cos\theta_0\cos\phi' - \cos\theta\cos\theta_0\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j2kr'}\sin\theta\sin\theta_0\cos\phi'}\, d\phi'\, dr' \qquad (1)$$

ii) $90^\circ \le \theta \le (180^\circ - \alpha)$

Bu bölgede koninin yanal yüzeyinden saçılan alana ek olarak koninin tabanınından saçılan alan da vardır. Bu alan

$$\bar{E}_t^s = \frac{1}{2\pi\; j\omega\,\varepsilon_0}\nabla \mathrm{x} \nabla \mathrm{x} \iint_{S'} \frac{\left(\hat{n}' \mathrm{x} \bar{H}^i(R')\right) e^{-jk\left|\bar{r}_0 - \bar{R}'\right|}}{\left|\bar{r}_0 - \bar{R}'\right|}\, ds' \qquad (2)$$

ile verilir.

iii) $(180^\circ - \alpha) < \theta \le 180^\circ$

Bu durumda yalnızca koninin tabanından saçılan alan vardır ve şöyle verilir:

$$E^s = j\frac{e^{-jkr}}{2\pi\, kr}\cos\theta\int_0^{ka}\int_0^{2\pi} e^{j2u\cos\phi'\sin\theta} e^{-jka\cos\theta/\tan\alpha} d\phi'\, u\, du \quad (3)$$

Radar kesit alanı σ

$$\sigma = \lim_{r\to\infty} 4\pi r^2 \frac{\left|\overline{E}^s\right|^2}{\left|\overline{E}^i\right|^2} \quad (4)$$

formülü kullanılarak bulunur.

Yarı açısı $\alpha = 15^\circ$ ve taban yarıçapı $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için fiziksel optik formülasyonu kullanılarak elde edilen radar kesit alanı Şekil 2'de görülmektedir.

3. GEOMETRİK KIRINIM TEORİSİ İLE FORMÜLASYON

Sonlu ve düz tabanlı bir koninin radar kesit alanı σ, θ açısına bağlı olarak farklı biçimler alır. Üç farklı bölgede ve üç farklı noktada inceleme yapılması gerekmektedir. Aşağıda verilen formülasyonlarda yalnızca koni tabanının kenarından tek kırınımlar göz önüne alınmıştır [1].

i) $\alpha < \theta < \pi/2$, $\theta \neq \frac{\pi}{2} - \alpha$ için radar kesit alanı

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{ka}{4\pi^2}\left[\frac{\sin(\pi/n)}{n}\right]^2 \frac{1}{\sin\theta}\left|\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-1} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{3\pi-2\theta}{n}\right)}\right]\right|^2 \quad (5)$$

biçimindedir. Burada - yatay kutuplanmayı, + dikey kutuplanmayı göstermektedir.

ii) $0^\circ < \theta < \alpha$ için radar kesit alanı

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{ka}{4\pi^2}\left[\frac{\sin(\pi/n)}{n}\right]^2 \frac{1}{\sin\theta} \left| e^{j(2ka\sin\theta-\pi/4)}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-1} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{3\pi-2\theta}{n}\right)}\right] + e^{-j(2ka\sin\theta-\pi/4)}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-1} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{3\pi+2\theta}{n}\right)}\right]\right|^2 \quad (6)$$

ile verilir.

iii) $\theta = 0$ için radar kesit alanı aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{ka\sin(\pi/n)}{n}\right]^2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{n}\right)\right]^{-2} \quad (7)$$

iv) $\theta = \pi$ için radar kesit alanı

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{(ka)^4}{4\pi} \quad (8)$$

ile verilir.

v) $\pi/2 < \theta < \pi$ için radar kesit alanı

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{ka}{4\pi^2}\left[\frac{\sin(\pi/n)}{n}\right]^2 \frac{1}{\sin\theta} \left| e^{j(2ka\sin\theta-\pi/4)}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-1} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{3\pi-2\theta}{n}\right)}\right] + e^{-j(2ka\sin\theta-\pi/4)}\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-1} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{2\theta-\pi}{n}\right)}\right]\right|^2 \quad (9)$$

ile verilir.

vi) $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ için radar kesit alanı

$$\frac{\sigma}{\lambda^2} = \frac{8}{9}\pi\left(\frac{a}{\lambda}\right)^3 \frac{1}{\sin^2\alpha\cos\alpha} \quad (10)$$

biçimini alır.

Yarı açısı $\alpha = 15^\circ$ ve taban yarıçapı $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için Eş. 5-10'da verilen formüller kullanılarak hesaplanan radar kesit alanı yatay kutuplanma için Şekil 3'te, dikey kutuplanma için Şekil 4'te görülmektedir.

4. EŞDEĞER AKIM YÖNTEMİ İLE FORMÜLASYON

Eşdeğer akım yönteminin temel varsayımı eşdeğer bir akım filamanının saçılma yönünde ışıdığıdır [3-4, 7]. Bu ışıma integralinin durağan evre katkısı Geometrik Kırınım Teorisi çözümüne indirgenmektedir. Geometrik Kırınım Teorisinde çözüm sonlu sayıda ışının toplamı olarak elde edilir. Ancak Geometrik Kırınım Teorisinden farklı olarak eşdeğer akım yöntemi kostikte ve kostiğe yakın bölgelerde de geçerli bir çözüm verir.

Eşdeğer elektriksel ve manyetik akımlardan yayılan uzak alanlar

$$\overline{E} = 2\frac{jkaZ_0 e^{-jkR}}{4\pi\, R} e^{-j2ka(\cos\theta_i/\tan\alpha)} \int_{\phi_1}^{\phi_2}\left[\hat{R}\mathrm{x}\hat{R}\mathrm{x}\overline{I}_e + Y_0\hat{R}\mathrm{x}\overline{I}_m\right]_{rim} e^{jk\overline{R}'.\hat{R}}\, d\phi' \quad (11)$$

ile verilir. Burada R ışıma uzaklığı, $\hat{R}$ ışıma yönündeki birim vektör, $\overline{R}'$ koni tabanının merkezinden çizgisel eşdeğer akım elemanına doğru olan vektör, a taban yarıçapı, k serbest uzay dalga boyu, Z_0 serbest uzay empedansı ve $Y_0 = 1/Z_0$ dır. $\overline{I}_e$ ve $\overline{I}_m$ vektörleri sırasıyla eşdeğer elektriksel ve manyetik akımlardır. İntegralin alt ve üst sınırı saçılma açısına (θ) ve koni yarı açısına (α) bağlıdır.

4.1. Tek Kırınan Alan İçin Eşdeğer Akımlar

Tek kırınan alan için eşdeğer $\overline{I}_e^1$ ve $\overline{I}_m^1$ akımları aşağıdaki gibi verilir [7]:

$$\bar{I}_e^1(\phi') = -Y_0 \sqrt{\frac{8\pi}{jk}}\, \frac{D_s(\psi,\psi';\beta_0')}{\sin\beta_0} \left[\bar{E}_i(Q_E).\hat{\phi}'\right]_{rim} \hat{\phi}' \qquad (12)$$

$$\bar{I}_m^1(\phi') = -Z_0 \sqrt{\frac{8\pi}{jk}}\, \frac{D_h(\psi,\psi';\beta_0')}{\sin\beta_0} \left[\bar{H}_i(Q_E).\hat{\phi}'\right]_{rim} \hat{\phi}' \qquad (13)$$

Burada $\bar{E}^i(Q_E)$ ve $\bar{H}^i(Q_E)$ taban kenarı boyunca Q_E noktasına gelen elektrik ve manyetik alanlardır. $D_{s,h}$ aşağıdaki formülle verilen kırınım katsayısıdır:

$$D_{s,h}(\psi,\psi_0') = \frac{e^{-j\pi/4}\sin(\pi/n)}{n\sqrt{2\pi k}\,\sin\beta_0'}$$

$$\left[\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\psi-\psi'}{n}\right)} \mp \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)-\cos\left(\frac{\psi+\psi'}{n}\right)}\right] \qquad (14)$$

4.2. Çift Kırınan Alan İçin Eşdeğer Akım

Çift kırınan alan için eşdeğer $\bar{I}_m^2$ manyetik akımı aşağıdaki gibi verilir [7]:

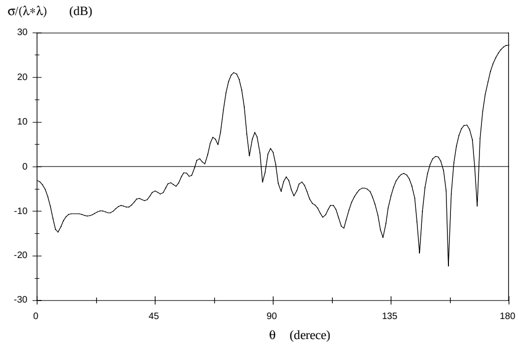
$$\bar{I}_m^2(\upsilon') = -Z_0 \sqrt{\frac{8\pi}{jk}}\, \frac{(1/2)D_h(\psi_2,\psi_2'=0;\beta_{02}')}{\sin\beta_{02}} \left[\bar{H}_{12}^i.\hat{\upsilon}'\right]_{rim} \frac{d\upsilon'}{d\phi'}\hat{\upsilon}' \qquad (15)$$

İkinci derece eşdeğer elektriksel akımın belirgin bir katkısı yoktur ve bu nedenle ihmal edilmiştir.

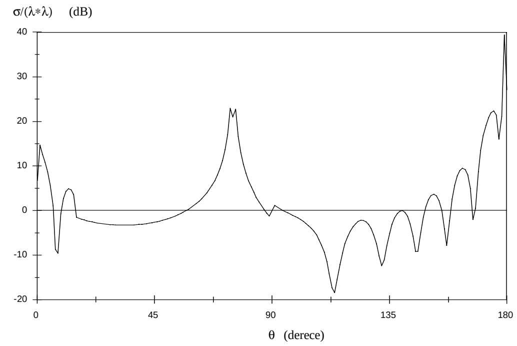
Yarı açısı $\alpha = 15^\circ$ ve taban yarıçapı $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için Eşdeğer Akım Yöntemi kullanılarak hesaplanan radar kesit alanı yatay kutuplanma için Şekil 5'te, dikey kutuplanma için Şekil 6'da görülmektedir. Yalnız tek kırınım ve tek ve çift kırınımın birlikte sonuçları şekillerde ayrı ayrı belirtilmiştir. Referans olması için fiziksel optik ile elde edilen sonuçlar da verilmiştir.

5. SONUÇ

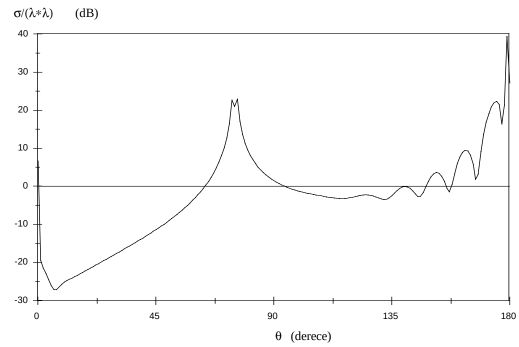
Bu çalışmada sonlu bir koniden saçılma problemi farklı yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Fiziksel optik yönteminde sayısal integrasyon kullanılmakta ve bu çok fazla bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Ayrıca bu yöntem küçük θ açıları için doğru sonuç vermemektedir. Geometrik kırınım teorisi kolay uygulanabilir bir yöntem olmakla birlikte kostik bölgelerinde çözüm üretmemektedir. Eşdeğer akım yönteminin tek ve çift kırınımı içerecek şekilde kullanılmasıyla daha doğru sonuçlar elde edilebilmektedir.



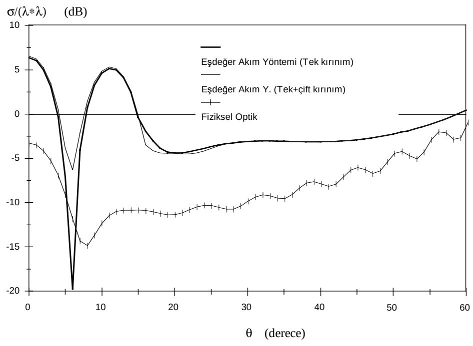
Şekil 2. $\alpha = 15^\circ$ ve $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için fiziksel optik formülasyonu kullanılarak elde edilen radar kesit alanı



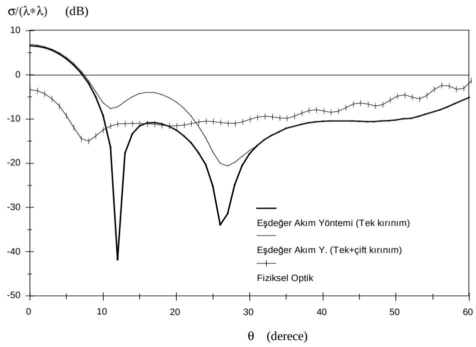
Şekil 3. $\alpha = 15^\circ$ ve $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için Geometrik Kırınım Teorisi formülasyonu kullanılarak elde edilen radar kesit alanı (yatay kutuplanma)



Şekil 4. $\alpha = 15^\circ$ ve $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için Geometrik Kırınım Teorisi formülasyonu kullanılarak elde edilen radar kesit alanı (dikey kutuplanma)



Şekil 5. $\alpha = 15^{\circ}$ ve $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için eşdeğer akım yöntemi kullanılarak elde edilen radar kesit alanı (yatay kutuplanma)



Şekil 6. $\alpha = 15^{\circ}$ ve $a = 1.435\lambda$ olan sonlu bir koni için eşdeğer akım yöntemi kullanılarak elde edilen radar kesit alanı (dikey kutuplanma)

KAYNAKLAR

[1] Keller, J. B., Backscattering from a finite cone, IRE Trans. Antennas Propagat., AP-8, pp. 175-182, 1960.

[2] Bechtel, M. E., Application of geometric diffraction theory to scattering from cones and disks, Proc. IEEE, 553, pp. 877-882, 1965.

[3] Ryan, C. E., Jr and Peters, L., Jr, Evaluation of edge-diffracted fields including equivalent currents for the caustic regions, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-17, pp. 292-299, 1969.

[4] Ryan, C. E., Jr and Peters, L., Jr, Correction to "Evaluation of edge diffracted fields including equivalents for the caustic regions", IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-18, p. 275, 1970.

[5] Burnside, W. D. and Peters, L., Jr, Axial-radar cross section of finite cones by the equivalent-current concept with higher-order diffraction, Radio Science, 7, pp. 943-948, 1972.

[6] Wang, D. S. and Medgyesi-Mitschang, L. N., Electromagnetic scattering from finite circular and elliptic cones, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-33, pp. 488-497, 1985.

[7] Choi, J., Wang, N., Peters, L., Jr. and Levy, P., Near axial backscattering from finite cones, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-38, 8, pp. 1264-1272, 1990.

[8] Trott, K. D., Pathak, P. H. and Molinet, F. A., A UTD type analysis of the plane wave scattering by a fully illuminated perfectly conducting cone, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-38, 8, pp. 1150-1160, 1990.