

# BİR ÇUBUK TOPRAKLAYICI ÇEVRESİNDEKİ POTANSİYEL DAĞILIMININ SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ İLE HESABI

Hüseyin ERİŞTİ<sup>1</sup>

Selçuk YILDIRIM<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fırat Üniversitesi Tunceli Meslek Yüksekokulu,  
Elektrik programı, TUNCELİ.

<sup>2</sup>Fırat Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi,  
Elektrik Eğitimi Bölümü, ELAZIĞ.

<sup>1</sup>e-posta: heristi@firat.edu.tr

<sup>2</sup>e-posta: syildirim@firat.edu.tr,

**Abstract-** *In this study, when rod grounding which commonly used in the electrical grounding perform its function, numerical solution of occurred potential distribution at its around is presented. Step voltages were calculated by using obtained potential distribution. The boundary element method was used for numerical solution. The boundary integral equation for solution is type of Laplace equation due to existence none electric charge at around of rod grounding. To solve Laplace equations, a program was developed by MATLAB. Results obtained from this program were compared to ELECTRO and MATLAB PDE toolbox results.*

**Key Words:** Laplace equation, Rod grounding, Potential distribution, Boundary element method.

## 1. GİRİŞ

Elektrik, elektronik ve telekomünikasyon tesis ve sistemlerinde elektrik çarpmalarının önlenmesi bakımından yüksek kalitede topraklama, olabilecek arızalara karşı sürekli ve güvenli çalışma ortamının sağlanması açısından önemli bir konuma sahiptir [1].

Çubuk topraklayıcı boru yada profil çelikten yapılan ve toprağa çakılarak kullanılan bir topraklayıcı türüdür. Çubuk topraklayıcılar yere olabildiğince dik olarak çakılmalıdır. İstenilen küçük yayılma direncinin sağlanabilmesi için birden çok çubuk topraklayıcının kullanılması gerekiyorsa, bunlar arasındaki açıklık, en az

bir topraklayıcı boyunun iki katı olmalıdır. Toprağın üst tabakasının kuruması ve donması gibi nedenlerle paralel bağlı çubuk topraklayıcılar bütün uzunlukları boyunca etkili olmadıklarından, bunlar arasındaki uzaklık bir topraklayıcının etkili boyunun en az iki katı olmalıdır [2].

Topraklama sistemleri, son yıllarda geniş ölçüde analiz edilen ve üzerinde çalışılan bir konu olmuştur. Topraklama analizleri ve tasarımları için bazı yöntemler önerilmiştir. Bir tesiste meydana gelebilecek tehlikelerin ve topraklama sisteminin uygun bir modelini çıkarmak için gerekli parametreleri hesaplamak amacıyla bilgisayar programları geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin çoğu mesleki deneyimlere, sezgisel fikirlere ve deneysel sonuçlara dayanır [3].

Belli bir direnç değerine sahip bir topraklayıcının içerisinden hata akımının akması sonucunda topraklayıcı etrafında bir potansiyel dağılımı meydana gelir. Uygulamada topraklayıcıdan 20 m. uzaklıktaki toprak, referans toprak olarak belirlenmiştir. Bu mesafe içerisinde adım ve dokunma gerilimleri potansiyel dağılımının bulunması ile belirlenebilir.

Bir topraklama tesisi üzerinde ve çevresinde oluşacak gerilim değeri, topraklama tesisini oluşturan malzemenin türüne, boyutlarına, topraklayıcının gömülme ortamına ve gömülme şartlarına yakından bağlıdır. Atlama, delinme, dokunma, bağlanma gibi olaylar sonucu devrede veya elemanlarda meydana gelen kısa

devrelerde veya yıldırım gibi elektriksel boşalmanın etkisinde topraklama tesisinden yüksek değerlerde akım geçer. Bu akımlarla topraklama tesisi ve bağlı olduğu yapılarda ortaya çıkacak gerilim düzeyi, topraklama direncine veya genel anlamda topraklama empedansına bağlıdır [4].

Bu çalışmada homojen toprak ortamında bir çubuk topraklayıcı etrafında meydana gelen potansiyel dağılımı sınır elemanları yöntemi kullanılarak belirlenmiştir.

## 2. SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ

Sınır elemanları yöntemi, sınır değer problemlerinin çözümü için sayısal bir metottur. Sınır elemanları yöntemiyle, birçok mühendislik probleminin analizi sadece problem bölgesinin sınırının bölmelenmesiyle rahat, hızlı ve hassas bir şekilde yapılmaktadır. Bu yöntemde, problem bölgesini tanımlayan kısmi diferansiyel denklemler, sınırların bölmelenmesiyle elde edilen sınır elemanlarının birbirine etkisinden oluşan etki integralleri yardımıyla çözülür. Sınır elemanları yöntemiyle yapılan analizlerde problem bölgesine ait integral denkleminin sınır üzerinde tanımlanmasından dolayı sonlu elemanlar yöntemi ve sonlu farklar yönteminden farklı olarak problemin boyutsallığı bir derece indirgenir. Bu özelliğinden dolayı lineer denklem sistemleri, veri yapıları ve hesaplama işlemleri daha kısadır. Bu yöntemle açık alan ve karmaşık sınırlı problemlerin çözümü rahatlıkla yapılabilir [5-8].

Problem bölgesinin sınırlarının ayrıştırılması için çeşitli sınır elemanları geliştirilmiştir. Bu elemanlar genel olarak sabit, lineer ve parabolik elemanlardır. Buna göre, sabit elemanda bir düğüm bulunur ve bu düğüm elemanın merkezindedir. Lineer elemanda ise iki düğüm bulunur ve bu düğümler elemanın uç noktalarındadır. Parabolik elemanda ise üç düğüm bulunur. Bu düğümlerin birisi elemanın merkezinde, diğer ikisi de elemanın uç noktalarındadır. Sınır elemanları, ayrı ayrı interpolasyon fonksiyonları ile ifade edilmektedir [9].

Yapılan bu çalışmada, incelenen çubuk topraklayıcının etrafında herhangi bir yük ve yük yoğunluğunun etkisi bulunmadığı için problem bölgesi Laplace denklemiyle tanımlanır:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1)$$

Laplace denkleminin ait sınır integral denklemi ise,

$$c_i u_i + \int_S u q^* dS = \int_S q u^* dS \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemde, potansiyel (u) ve potansiyelin normale göre türevi (q), Dirichlet ve

Neumann sınır şartları olarak verilir.  $u^*$  ise, iki boyutlu Laplace denkleminin temel çözümüdür.

$$u^* = -\frac{1}{2\pi} \ln(r) \quad (3)$$

Sınır N sayıda sabit elemana ayrıştırıldıktan sonra, sınır şartları uygulanmadan önce verilen bir 'i' noktası için sınır integral denklemi,

$$c_i u_i + \sum_{j=1}^N \int_{S_j} u q^* dS = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} q u^* dS \quad (4)$$

şeklinde yazılır. Burada  $c_i$  katsayısı sabit eleman durumunda  $\frac{1}{2}$ 'dir. İç noktalardaki hesaplamalarda ise  $c_i=1$  alınarak potansiyel hesaplanır:

$$u_i = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} q u^* dS - \sum_{j=1}^N \int_{S_j} u q^* dS \quad (5)$$

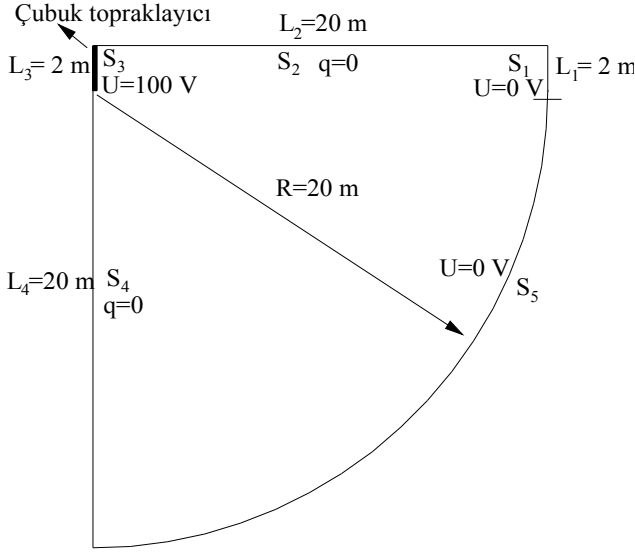
Lineer eleman kullanılması durumunda ise sınır integral denklemi,

$$\begin{aligned} c_i u_i + \sum_{j=1}^N \int_{S_j} [\phi_1 \quad \phi_2] [u_1 \quad u_2]^T q^* dS \\ = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} [\phi_1 \quad \phi_2] [q_1 \quad q_2]^T u^* dS \end{aligned} \quad (6)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemde  $c_i$  katsayısı ise, sınırdaki düğümden önceki ve sonraki elemanların yaptığı açığa bağlı olarak hesaplanır.

## 3. ÇUBUK TOPRAKLAYICI MODELİ VE ÇÖZÜM

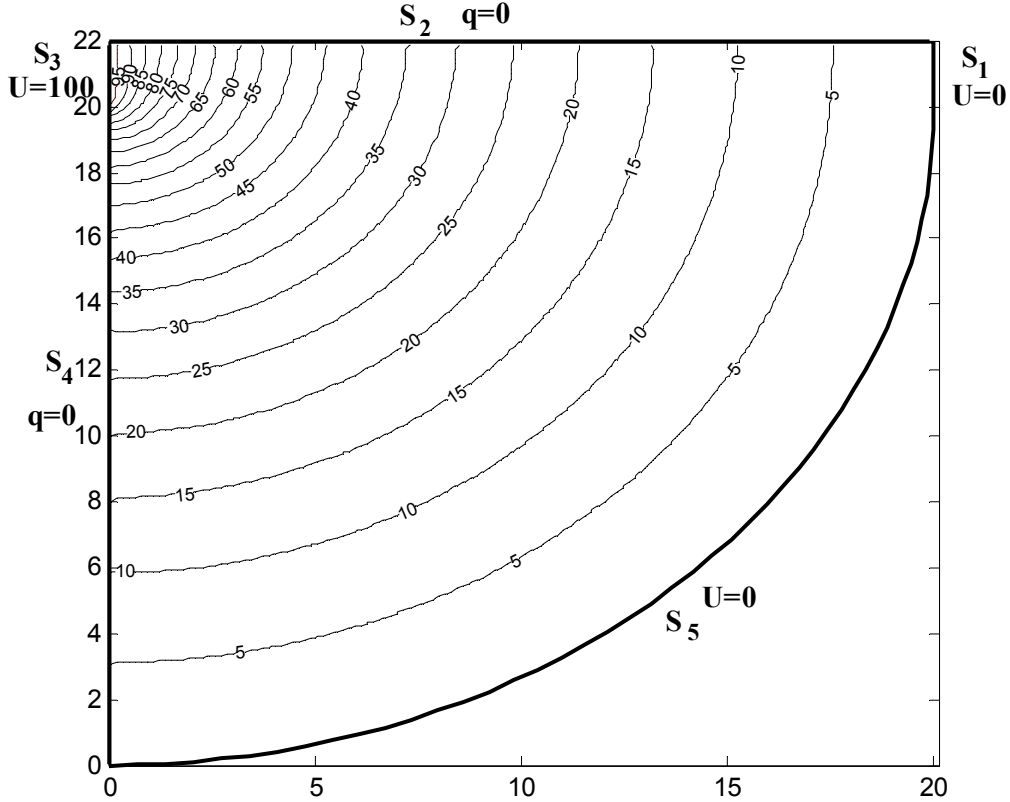
Bu analizi yapmak amacıyla model olarak 2 m boyunda bir çubuk topraklayıcı gözönüne alınmıştır. Çubuk topraklayıcının gömme yüksekliği sıfır olarak belirlenip, referans toprak kavramına uygun olarak, bu topraklayıcıdan 20 m uzakta bulunan her noktada potansiyel değerinin sıfır volt olduğu kabul edilmiştir. Çubuk topraklayıcının gerilim değeri, diğer gerilim değerlerine geçişi normalize ederek kolaylaştırmak amacıyla 100 volt olarak kabul edilmiştir. Bu şekilde düşünülerek oluşturulan model Şekil 1'de gösterilmiştir. Böylece bu modelin sınır şartları, Şekil 1'de de görüldüğü gibi  $S_3$  sınırlarında  $U=100$  V,  $S_1$  ile  $S_5$  sınırlarında  $U=0$  V ve  $S_2$  ile  $S_4$  sınırlarında  $q=0$  şeklinde karışık tip sınır şartından meydana gelmiştir.



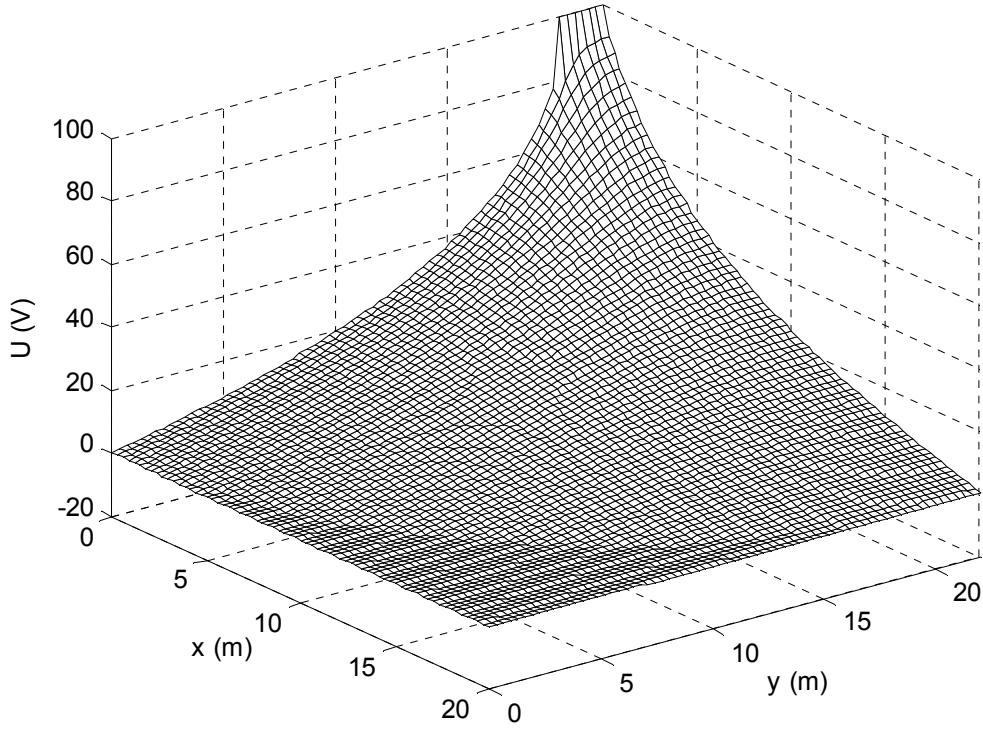
Şekil 1. Çubuk topraklayıcı modeli

Çubuk topraklayıcı modeline ait problem bölgesinin potansiyel dağılımını elde etmek için lineer sınır elemanları kullanılarak MATLAB'da HBEM isimli bir program yazılmıştır [8]. HBEM programıyla elde edilen sonuçların karşılaştırması amacıyla ELECTRO ve PDE toolbox kullanılmıştır. ELECTRO, Integrated Engineering Software (IES) tarafından hazırlanan ve iki boyutlu elektrostatik alan analizi yapan bir paket programdır [10]. PDE toolbox ise, MATLAB'da sonlu elemanlar yöntemini kullanarak elektrostatik alan analizleri yapmaktadır [11].

Toprak yüzeyinde çubuk topraklayıcıdan itibaren 2 m aralıklarla HBEM, ELECTRO ve PDE toolbox programları yardımıyla bulunan sonuçlar Tablo 2'de gösterilmiştir. Şekil 2 ve Şekil 3'de HBEM programıyla elde edilen sonuçlarla problem bölgesinin eşpotansiyel dağılımı ve potansiyel grafiği gösterilmiştir. Tablo 1'de ise çubuk topraklayıcıya doğru HBEM programıyla elde edilen adım gerilimi değerleri verilmiştir.



Şekil 2 Çubuk topraklayıcı modelinin eşpotansiyel dağılımı



Şekil 3. Çubuk topraklayıcı modelinin üç boyutlu potansiyel grafiği

Tablo 1. Topraklayıcıya doğru adım gerilimleri

Adım Sayısı	Referans değerleri (V)	Potansiyeli (V)
1. Adım	1.981 - 0	1.981
2. Adım	3.998 - 1.981	2.017
3. Adım	6.077 - 3.998	2.079
4. Adım	8.241 - 6.077	2.164
5. Adım	10.511 - 8.241	2.270
6. Adım	12.907 - 10.511	2.396
7. Adım	15.453 - 12.907	2.546
8. Adım	18.176 - 15.453	2.723
9. Adım	21.111 - 18.176	2.935
10. Adım	24.297 - 21.111	3.186
11. Adım	27.788 - 24.297	3.491
12. Adım	31.653 - 27.788	3.865
13. Adım	35.984 - 31.653	4.331
14. Adım	40.911 - 35.984	4.927
15. Adım	46.617 - 40.911	5.706
16. Adım	53.373 - 46.617	6.756
17. Adım	61.586 - 53.373	8.213
18. Adım	71.841 - 61.586	10.255
19. Adım	84.747 - 71.841	12.906
20. Adım	100 - 84.747	15.253

Tablo 2. Yük etkisi bulunmayan çubuk topraklayıcı modelinin çözümü

x	y	Potansiyel (Toprak yüzeyinde-V)		
		HBEM	ELECTRO	PDE
2	22	71.841	71.087	71.324
4	22	53.373	52.633	52.871
6	22	40.911	40.298	40.495
8	22	31.653	31.163	31.323
10	22	24.297	23.915	24.040
12	22	18.176	17.888	17.571
14	22	12.907	12.701	12.768
16	22	8.241	8.110	8.152
18	22	3.998	3.985	3.951

#### 4. SONUÇLAR

Elektriksel topraklamada yaygın kullanılan bir topraklayıcı türü olan çubuk topraklayıcı için sınır elemanları yöntemi kullanılarak yapılan analizler ile topraklayıcı çevresindeki potansiyel dağılımı kolaylıkla elde edilmiştir.

Ayrıca farklı topraklayıcı uzunlukları ve gömülme derinlikleri için benzer yaklaşımlar kullanılarak potansiyel dağılımı analizleri rahatlıkla yapılabilir.

Sonuç olarak, sınır elemanları yöntemi kullanılarak çubuk topraklayıcı ve diğer topraklayıcı türleri için potansiyel dağılımı hesabı ile davranışları değerlendirilebilir. Böylece, güvenli ve doğru topraklama tasarımı yapılabilir.

#### KAYNAKLAR

- [1] Takahashi T., Kawase T., Calculation of Earth Resistance for a Deep-Driven Rod in a Multi-Layer Earth Structure, IEEE Transactions on Power Delivery 6:2, 608:614, 1991.
- [2] Elektrik tesislerinde topraklamalar yönetmeliği, Ankara, 2004.
- [3] Ma J., Dawalibi F.P., Analysis of Grounding Systems in Soils with Finite Volumes of Different Resistivities, IEEE Transactions on Power Delivery 17:2, 596:602, 2002.
- [4] Kalenderli, Ö., Şentürk, E., Öztürk, O. İ., Bir Çubuk Topraklayıcı Çevresinde Potansiyel Dağılımının Sonlu Farklar Yöntemi ile Hesabı, 10. Ulusal Elektrik, Elektronik, Bilgisayar Mühendisliği Kongresi, İstanbul, 197-200, 2003.
- [5] Gaul L., Kögl M., Wagner M., Boundary Element Methods for Engineers and Scientists, Springer, 488 p., 2003.
- [6] Zheng R., Coleman C.J., Phan-Thien N., A Boundary Element Approach for Non-homogeneous Potential Problems, Computational Mechanics Publication/Springer-Verlag, 7:279-288, 1991.
- [7] Lobry J., Broche C., Trecat J., Use of Transmission-line Modeling in BEM for Solution of Piece-homogeneous Static Field Problems, IEE Proceedings, Science, Measurement and Technology, 143: 3, 157-162, 1996.
- [8] Erişti H., Poisson Denklemi Tipindeki Elektrik Alan Problemleri için Sınır Elemanları Yöntemi, Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 93s.
- [9] Yıldırım S., Erişti B., Erişti H., Solution of Electrostatic Field Problem with Parabolic Boundary Elements, ELECO'2003, Elektrik, Elektronik, Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu, Bursa, 231-234, 2003.
- [10] Integrated Engineering Software Inc., ELECTRO: Two Dimensional Electric Field Solver, Version 4.1, User and Technical Manual, Winnipeg, Manitoba, Canada, 1997.
- [11] The Mathworks, MATLAB, Version 6.5, 2002.