

SİLİNDİRİK BİR REFLEKTÖRÜN KENARINDAN KIRINAN ALANA AIT DÜZELTME FAKTÖRÜ İÇİN YAKLAŞIM ANALİZLERİ

Uğur YALÇIN

Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi
Uludağ Üniversitesi, 16059, Görükle, Bursa
e-posta: uyalcin@uludag.edu.tr

Anahtar sözcükler: Silindirik Reflektör, Asimptotik Fiziksel Optik, Kırınımın Fiziksel Teorisi

ÖZET

Bu çalışmada, içbükey silindirik bir reflektörün kenarından kırınan alana ait düzeltme faktörü iki ayrı yaklaşımla hesaplanmış ve çeşitli simülasyonlarla karşılaştırılmıştır. İlk olarak, literatürde kullanılan Asimptotik Fiziksel Optik yaklaşımı (DAFO) değerlendirilerek reflektörün kenarına ait düzeltme faktörü hesaplanmıştır. İkinci olarak, bu çalışmada ilk yaklaşıma alternatif bir yaklaşım Kırınımın Fiziksel Teorisi yaklaşımı (DKFT) önerilmiş ve aynı reflektör için düzeltme faktörü hesap edilmiştir. Son olarak, DAFO ile elde edilmiş olan reflektörün kenarına ait düzeltme faktörüyle, önerilen DKFT ile hesaplanan aynı kenara ait düzeltme faktörü simülasyonlarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca, bulunmuş olan iki düzeltme faktörünün değişimleri de karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

1. GİRİŞ

Herhangi bir saçılma yüzeyinin kenarına ait kırınım alanlarının hesabı, problemin geometrisi basitten komplekse doğru geçtikçe güçleşmektedir. Bu nedenle, kompleks geometriye haiz yüzeylerin kenar kırınım alanlarının kesin çözümünü yapmak oldukça güç olmaktadır. Bu türden geometrilere haiz yüzeylerin kenar kırınım alanları hesabı için çeşitli yaklaşık çözüm yöntemleri; Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT), Kırınımın Fiziksel Teorisi (KFT) geliştirilmiştir[1,2]. Fakat, kenar kırınım problemleri için kullanılan bu yaklaşım yöntemleri ile hesaplanan köşe kırınım katsayısı ayrıt kırınımı olayının açıklanmasında yetersiz kalmaktadır. Bunun sonucu olarak kullanılan yöntemlerin kesin çözüm kadar kullanışlı hale getirilmesi ise bir gereklilik olmaktadır. Herhangi bir yüzeyin kenarına ait köşe kırınım katsayısı, çözüm yöntemlerinin yaklaşık çözümler üretmesi nedeniyle bir düzeltme faktörüyle iyileştirilmesine gereksinim duymaktadır. Sonuç olarak, bu katsayının düzeltilmesi için ortaya atılan bir yaklaşım DAFO'dur[3]. Bu çalışmada ise, bu yaklaşıma alternatif

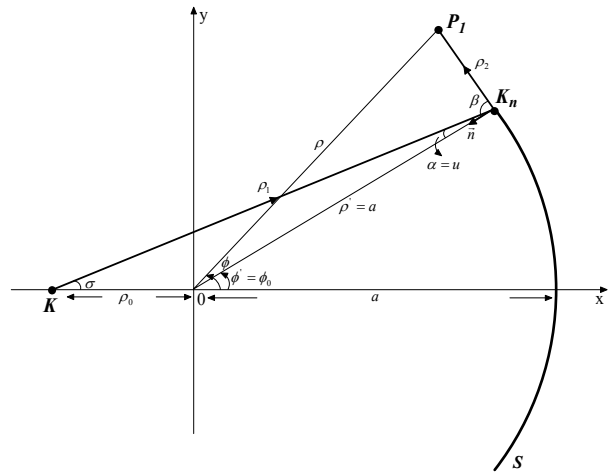
DKFT önerilmiş ve elde edilen düzeltme faktörü ilk yaklaşımla hesaplanmış ifade ile kıyaslanmıştır.

2. SİLİNDİRİK REFLEKTÖR VE PROBLEMİN FORMULASYONU

Bu kısımda z eksenine paralel, ($\rho=\rho_0$, $\phi=\pi$, z) koordinatlarında ki elektrik çizgisel akım kaynağının alanında bulunan, içbükey iletken silindirik reflektöre ait kenar kırınım alanları FO yaklaşımıyla hesaplanacaktır. Elektrik Hertz vektörüne ait iki katlı FO integrali

$$\vec{\pi}_e = \frac{1}{2\pi j \omega \epsilon_0} \iint_S (\vec{n} \times \vec{H}_0) \Big|_S G(\vec{r}, \vec{r}') ds' \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir[4]. Bu ifadeden faydalanılarak yöresel bir yüzeye ait kırınım alanları hesaplanabilir. Şekil 1'de probleme ait geometri verilmiştir.



Şekil 1 Köşe kırınım alanına ait geometri

Elektrik çizgisel akım kaynağı K'ya ait vektör potansiyeli ve Şekil 1'deki koordinatlar sistemi göz önüne alındığında, silindirik reflektörün yüzeyine gelen toplam magnetik alan bileşeni

$$\rho_1 = [\rho_0^2 + \rho'^2 + 2\rho_0\rho'\cos\phi']^{1/2}$$

$$\vec{H}_0 \approx \vec{e}_{\phi_1} \frac{\omega\mu_0 I}{4Z_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jk\rho_1 + j\pi/4}}{\sqrt{k\rho_1}} \quad (2)$$

$$= H_0 \sin u \vec{e}_{\rho'} + H_0 \cos u \vec{e}_{\phi'}$$

olarak ifade edilebilir[4]. (1) ifadesinde görülen Green fonksiyonu ise

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jkR}}{R} = \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \eta^2} \rho_2) e^{-j\eta(z-z')} d\eta$$

$$R = [(\rho_2)^2 + (z-z')^2]^{1/2} \quad (3)$$

$$\rho_2 = [\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos(\phi - \phi')]^{1/2}$$

şeklinde verilebilir[5]. Silindirik reflektör yüzeyin kutupsal koordinatlardaki denklemi, normal birim vektörü ve yüzey elemanı ifadesi

$$\rho' = a, \quad \vec{n} = -\vec{e}_{\rho'}$$

$$ds' = a d\phi' dz' \quad (4)$$

olarak yazılabilir. İlk olarak, (1) ile verilen FO integralinde yüzeyin normal vektörü ile yüzeye gelen toplam magnetik alan bileşeninin vektörel çarpımı, Green fonksiyonu ve yüzey elemanı ifadeleri yerlerine yazılıp, eşitlik düzenlenebilir. Daha sonra, elde edilen integral ifadesinde önce z' katı, sonra η katıda hesap edilip, Hankel fonksiyonunun $k \rightarrow \infty$ için Debye asimptotik açılımı[5] eşitlikte yerine yazılıp, eşitlik yeniden düzenlenirse

$$\vec{\pi}_e = \vec{e}_z \frac{jZ_0 I}{4k\pi} \int_{\phi'=-\phi_0}^{\phi_0} \cos u \frac{e^{-jk(\rho_1+\rho_2)}}{\sqrt{\rho_1\rho_2}} a d\phi' \quad (5)$$

ifadesi bulunabilir. Bu ifadeden silindirik reflektöre ait saçılma integrali,

$$I_S = \int_{\phi'=-\phi_0}^{\phi_0} f(\phi') e^{-jk\psi(\phi')} d\phi' \quad (6a)$$

integrale ait genlik ve faz fonksiyonları

$$f(\phi') = \frac{a \cos u}{\sqrt{\rho_1\rho_2}}, \quad \psi(\phi') = \rho_1 + \rho_2 \quad (6b)$$

şeklinde yazılabilir. Silindirik reflektöre ait faz fonksiyonunun birinci türevinin ifadesi ise,

$$\psi'(\phi') = -a(\sin u + \sin \beta) \quad (7)$$

şeklinde verilebilir[4]. Bu kısımda, silindirik reflektör yüzeyin köşesinden kırınan alanlar, (6a) integralinin asimptotik hesabı yapılarak bulunacak ve yüzeye ait köşe kırınım katsayısı hesaplanacaktır. İlk olarak, Şekil 1'de ki köşe kırınım geometrisini göz önüne alalım. İlgili şekil'de β köşeden kırınan alanın, α ise yüzeye gelen alanın yüzeyin normal birim vektörü ile yaptığı köşe açıları ve $\phi' = \phi_0 = sbt$ ise odak noktasına göre köşe noktasını belirleyen açıdır. (6a) integral ifadesi, silindirik reflektörün kenarı için stasyoner faz yöntemiyle asimptotik olarak değerlendirilirse $\nu \gg 1$ koşulu altında

$$I_{\phi_0} \approx -\frac{1}{jk} \frac{f(\phi_0)}{\psi'(\phi_0)} e^{-jk\psi(\phi_0)} \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir[6]. Bu ifadede görülen genlik ve faz fonksiyonlarının köşe noktasındaki değerleri

$$\alpha = u, \quad l_0 = \rho_1|_s, \quad l_1 = \rho_2|_s \quad (9)$$

olmak üzere

$$f(\phi_0) = \frac{a \cos \alpha}{\sqrt{l_0 l_1}}, \quad \psi(\phi_0) = l_0 + l_1 \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Faz fonksiyonunun birinci türevinin köşe noktasındaki değeri (7) eşitliğinden faydalanılarak

$$\psi'(\phi_0) = -a[\sin \alpha + \sin \beta] \quad (11)$$

şeklinde bulunabilir. Sonuçta, (8) ifadesinde genlik fonksiyonu, faz fonksiyonu ve birinci türevinin köşe noktasındaki değerleri yerine yazılırsa

$$\vec{E}_{FO}^{kir} \approx k^2 \pi_{ez} = -\vec{e}_z \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{Z_0 I \sqrt{2}}{4\sqrt{\pi}} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \sin \beta} \frac{e^{-jk(l_0+l_1)+j\pi/4}}{\sqrt{l_0 l_1}}$$

kırınan alan ifadesi GO alanları olarak elde edilebilir. Bu ifadeden faydalanılarak α ve β açıları cinsinden köşe

kırınım katsayısı

$$D_k^{(FO)}(\beta) = -\frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \sin \beta} \quad (12)$$

şeklinde bulunabilir.

3. ASİMPOTİK FİZİKSEL OPTİK YAKLAŞIMI

Bu kısımda, silindirik reflektör bir yüzey için kenar kırınım alanına ait düzeltme faktörünün hesabı Asimptotik Fiziksel Optik Düzeltme faktörü hesaplama yaklaşımıyla (DAFO) ile yapılacaktır. Bu yaklaşımda düzeltme faktörü, silindirik reflektöre ait kesin çözümden elde edilmiş olan köşe kırınım katsayısının, FO yaklaşımıyla asimptotik olarak elde edilen köşe kırınım katsayısına oranlanması ile bulunabilir[3]. Bu amaçla, silindirik reflektör için kesin çözümlerle elde edilmiş olan köşe kırınım katsayısı ifadesi

$$D_K(\beta) = -\frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{1-\sin \alpha} \sqrt{1+\sin \beta}}{\sin \alpha + \sin \beta} \quad (13)$$

şeklinde verilebilir[7]. (13) ifadesinin (12) ifadesine oranlanmasıyla, bu yaklaşıma ait düzeltme faktörünün ifadesi

$$D_{AFO}(\beta) = \frac{\sqrt{1-\sin \alpha} \sqrt{1+\sin \beta}}{\cos \alpha} \quad (14)$$

olarak bulunabilir.

4. KIRINIMIN FİZİKSEL TEORİSİ YAKLAŞIMI

Bu kısımda, Kırınımın Fiziksel Teorisi Düzeltme faktörü hesaplama yaklaşımı (DKFT) ile silindirik reflektör bir yüzey için kenar kırınım alanına ait düzeltme faktörünün hesabı yapılacaktır. Bu amaçla, mükemmel iletken kenarlara sahip yüzeyler için kırınım alanlarının hesabında kullanılan Kırınımın Fiziksel Teorisi (KFT) farklı bir şekilde değerlendirilecektir[2]. Ufimtsev bu çalışmada düzenli akım olarak adlandırılan FO akımında hesaba katılmayan etkileri de içeren düzenli olmayan bir akım bileşeninin var olduğunu öne sürmüştür. Bununla birlikte, bir kenar için böyle bir akım bileşeni bulamamıştır. Günümüze yakın zamanda, bu düzenli olmayan akımların ifadeleri bulunmuştur[8,9]. KFT'ye göre, saçılan toplam GO alanı ifadesi

$$\vec{E}_T^s = \vec{E}_{GO}^y + \vec{E}_K^{kir} \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

\vec{E}_T^s :Toplam saçılan alan

\vec{E}_{GO}^y :GO ile elde edilen yansıyan alan

\vec{E}_K^{kir} :Kesin çözümden bulunan toplam kırınım alanı olarak adlandırılmaktadır. FO akımları nedeni ile oluşan alan ise

$$\vec{E}_{FO} = \vec{E}_{FO}^y + \vec{E}_{FO}^{kir} \quad (16)$$

şeklinde verilebilir. Burada,

\vec{E}_{FO} :Toplam FO alanı

\vec{E}_{FO}^y :FO ile elde edilen yansıyan alan

\vec{E}_{FO}^{kir} :FO ile bulunan kırınım alanı

olarak adlandırılmaktadır. Farklı anlamları olmasına rağmen, \vec{E}_{GO}^y ve \vec{E}_{FO}^y teorik olarak eşittir. Düzenli olmayan akımlar nedeniyle oluşan elektrik alan ifadesi (15) ifadesinden (16) ifadesinin çıkarılmasıyla,

$$\vec{E}^{nü} = \vec{E}_K^{kir} - \vec{E}_{FO}^{kir} \quad (17)$$

şeklinde bulunabilir. Netice olarak, bulunan bu alan ifadesi düzenli akım nedeniyle oluşan alana ilave edildiğinde toplam saçılan alan

$$\vec{E}_T^s = \vec{E}^ü + \vec{E}^{nü} \quad (18)$$

olarak ifade edilebilir. $\vec{E}_{GO}^y = \vec{E}_{FO}^y$ olarak alındığında (16)'dan

$$\vec{E}_{GO}^y = \vec{E}_{FO} - \vec{E}_{FO}^{kir} \quad (19)$$

eşitliği kolayca bulunabilir. Netice olarak, (15) ifadesini (19) ile birlikte değerlendirecek olursak toplam saçılan alana ait elektrik alan ifadesi

$$\vec{E}_T^s = \vec{E}_{FO} + (\vec{E}_K^{kir} - \vec{E}_{FO}^{kir}) = \vec{E}^ü + \vec{E}^{nü} \quad (20)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Elde edilen (20) ifadesi ve KFT göz önüne alınarak, düzeltme faktörünün hesabı için alternatif bir yaklaşım şu şekilde önerilebilir. Düzeltme faktörü, silindirik reflektörün kenarına ait kesin çözümden elde edilmiş olan köşe kırınım katsayısından, aynı yüzeye ait FO yaklaşımıyla asimptotik olarak elde edilen köşe kırınım katsayısının çıkarılması sonucunda bulunabilir. Netice

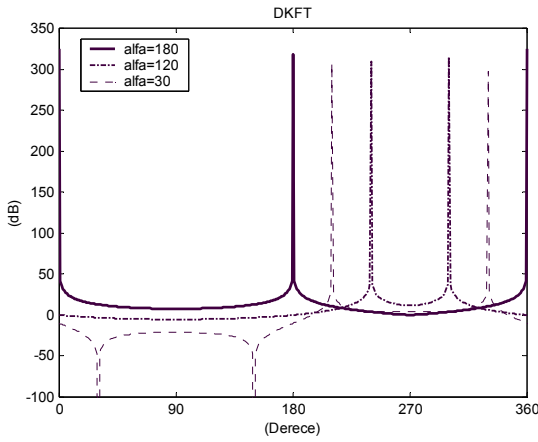
olarak, (13) ifadesinden (12) ifadesinin çıkarılmasıyla, bu yaklaşıma ait düzeltme faktörü

$$D_{KFT}(\beta) = -\frac{e^{-j\pi/4} [(\sqrt{1-\sin\alpha}\sqrt{1+\sin\beta}) - \cos\alpha]}{\sqrt{2\pi} \sin\alpha + \sin\beta} \quad (21)$$

şeklinde bulunabilir.

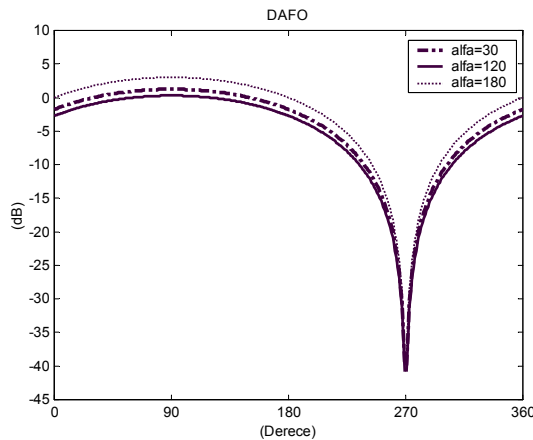
5. TARTIŞMA VE NÜMERİK SONUÇLAR

Bu kısımda, önerilen DKFT ile hesaplanan silindirik reflektör yüzeye ait düzeltme faktörü (21) ve DAFO yaklaşımıyla elde edilmiş olan aynı yüzeye ait düzeltme faktörü (14) çeşitli simülasyonlarla karşılaştırılacaktır. Eğriler mutlak değerlerinin logaritmaları alınarak (dB) olarak çizdirilmiştir [10].



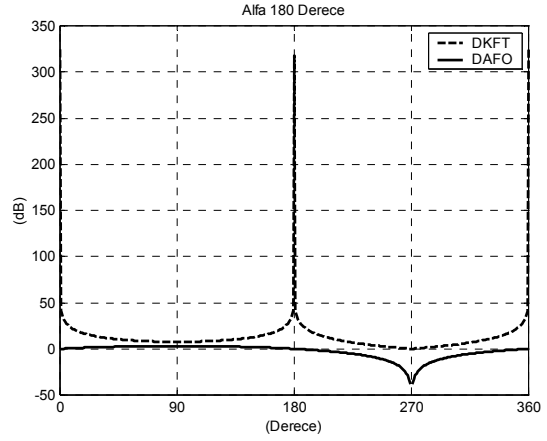
Şekil 2 $\alpha = 30^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ için DKFT'nin β ile değişimleri

Şekil 2'de (21) ile verilen DKFT düzeltme faktörünün farklı α değerleri için β ile değişimleri verilmiştir. (21) ifadesi α 'nın değişen değerleri için, belli açı değerlerinde (bu açılar yüzeyin kenarına ait geçiş bölgeleri; yansıma ve gölge sınırları ile ilişkilidir) sonsuz değerlerini almaktadır.



Şekil 3 $\alpha = 30^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ için DAFO'nun β ile değişimleri

Şekil 3'de DAFO yaklaşımıyla elde edilen düzeltme faktörü (13) ifadesinin farklı α değerleri için β ile değişimleri verilmiştir. (13) ifadesi α 'nın değişen değerleri için, $\beta = 270^\circ$ için sonsuz değerini almaktadır. Bu değer yüzeyin kenarına ait geçiş bölgeleri (yansıma ve gölge sınırları) ile ilişkilidir.



Şekil 4 $\alpha = 180^\circ$ için DKFT ve DAFO düzeltme faktörlerinin karşılaştırılması

Şekil 4'de $\alpha, 180^\circ$ için DKFT ve DAFO yaklaşımları ile elde edilmiş olan düzeltme faktörlerinin bir karşılaştırması verilmiştir. Bir periyot $(0, 2\pi)$ için DAFO yaklaşımı ile elde edilen (13) ifadesine ait grafikte $\beta = 270^\circ$ için ifade bir süreksizlik gösterirken, DKFT çözümü $\beta = 180^\circ$ 'de süreksizlik göstermektedir. Neticede, Şekil 4'den de görülebileceği üzere DKFT ve DAFO yaklaşımlarına ait düzeltme faktörleri arasında büyük bir fark görülmemektedir.

6. SONUÇ

Bu çalışmada, DAFO yaklaşımıyla elde edilmiş olan silindirik reflektör bir yüzeyin kenarına ait düzeltme faktörüyle, önerilen DKFT yaklaşımıyla hesaplanan düzeltme faktörü çeşitli simülasyonlarla karşılaştırılmıştır. Elde edilen eğrilerden, özellikle reflektör yüzeyin kenarına ait geçiş bölgelerine (yansıma ve gölge sınırları) ilişkin bilgiler elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Keller J. B., The Geometrical Theory of Diffraction, SYMP. ON MICROWAVE OPTICS, McGill Univrs, Montreal, Canada, 1953.
- [2] Ufimtsev P. Ya., Approximate Computation of the Diffraction of Plane Electromagnetic Waves at Certain Metal Bodies, PART I. DIFFRACTION PATT. AT A WEDGE AND A RIBBON, Zh. Tekh. Fiz. (USSR). Vol. 27, No. 8, pp. 1708-1718, 1957.
- [3] Charles M. K., Edward L. O., Note on the Asymptotic Physical Optic Solution to the

- Scattered Fields from a Paraboloidal Reflector, ANTENNAS & PROPAGAT., Vol. AP-25, pp. 531-534, 1977.
- [4] Yalçın U., İçbükey İletken Bir Yüzeyin Kenarından Kırınan Elektromagnetik Dalgaların Fiziksel Optik Yaklaşımıyla Asimptotik Hesabı, URŞİ-TÜRKİYE'2002 BİLİMSEL KONGRESİ, İstanbul, Türkiye, 2002.
- [5] Bayrakçı H. E., Elektromagnetik Dalga Teorisi, BİRSEN YAYINEVİ, İstanbul, 2001.
- [6] James G. L., Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. IEE PETER PEREGRINUS LTD., London, 1976.
- [7] Uzgören G., Bir Çizgisel Kaynağın Yarattığı Dalgaların Bir Silindirik Reflektörden Saçılması, DOKTORA TEZİ, İTÜ, İstanbul, 1982.
- [8] Murthy P. K., Thiele G. A., Non-uniform Currents on a Wedge Illuminated by a TE Plane Wave. IEEE TRANS. ANTENNAS & PROPAGAT., Vol. AP-34, pp. 1038-1045, 1986.
- [9] Pasala K. M., Closed-form Expressions for Nonuniform Currents on a Wedge Illuminated by TM Plane Wave. IEEE TRANS. ANTENNAS & PROP., Vol. 36, pp. 1753-1759, 1988.
- [10] Uzgören G., Büyükaksoy A., Kırınım Problemleri, GYTE YAYINLARI, No:4, Gebze, 1999.