

Kapalı Çevrim Kontrol Sisteminin Kararlılığını Garantileyen Veriye Bağımlı PID Kontrolör Tasarımı

Data Dependent PID Controller Design Ensuring Closed Loop Control System Stability

Savaş Şahin¹, Cüneyt Güzelis²

¹Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir Katip Çelebi Üniversitesi, Çiğli Ana Yerleşkesi, İzmir, Türkiye
sahin.savas@yahoo.com

²Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir Ekonomi Üniversitesi, Balçova, İzmir, Türkiye
cuneyt.guzelis@ieu.edu.tr

Özet

Bu bildiri, kontrol edilen sistem için veriye bağımlı öz yinelemeli kayan ortalama (ARMA) modelini taban alan ve kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığını sağlayan, veriye dayalı bir oransal integral türevsel (PID) kontrolör tasarım yöntemi sunmaktadır. Tasarım, ARMA modeli olarak göz önüne alınan PID kontrolörün parametrelerinin, blok uyarlanır kip kullanılarak, süreçten ölçülen gerçek verilerle öğrenmesi ile gerçekleştirilir. Yöntemde, sistem, kontrolör ve dolayısıyla kapalı çevrim sistemi için ARMA giriş-çıkış modeli kullanılır. Kontrol edilecek sistem modelinin parametreleri, sistemden ölçülen veriler ile eğitici olarak öğrenilir. En uygun kontrolör parametreleri, sistem çıkışının izleme hata miktarının çevrim dışı olarak en az yapılması ile bulunur. Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, kontrolör tasarım probleminin doğrusal eşitsizliklerle tanımlanabilen Schur kararlılık ölçütünün kısıt olduğu bir izleme hatası en azlama problemi olarak tanımlanması ile sağlanmıştır. Sistem tanılama, kontrolör kapalı çevrim sistemine bağlanmadan sistem giriş-çıkış ölçüm verileri üzerinden gerçekleştirilir. Sistem tanılama aşaması tamamlandıktan sonraki kontrolör tasarım aşamasında ise, PID kontrolör parametrelerinin belirlenmesi için, her bir adımda güncellenen parametrelerle kontrolörün ürettiği kontrol girişine karşın sistemin verdiği çıkış verileri kullanılır. Tasarlanan PID kontrolör, dc motor öykünleyici ve gerçek dc motor üzerinde test edilmiştir.

Abstract

This paper presents an Auto Regressive Moving Average (ARMA) model based, data dependent Proportional Integral Derivative (PID) controller design method which provides the stability of the closed loop control system. Design of PID controller which is considered as an ARMA model, is carried out by learning PID parameters, in a block adaptive mode, with actual data measured from the plant. In the method, ARMA input-output model is used for the system, controller and then closed loop system. The model parameters for the

system to be controlled are learned in a supervised way with data measured from the system. Optimal controller parameters are found with the minimization of system output tracking error. The stability of closed-loop control system is ensured by defining the controller design problem as a tracking error minimization under Schur stability constraint defined with linear inequalities. System identification is carried out system input-output measurement data without connecting the controller to closed loop system. In controller design phase coming after completing the system identification phase, to determine PID controller parameters, the system output data which is produced by the system as response to the control input generated by the controller with the updated parameters is used at each step. The designed PID controller is tested on the dc motor emulator and also on the real dc motor plant.

1. Giriş

Kapalı çevrim sistemini kararlı kılan ve gerçek verilere bağlı olarak kontrolör parametrelerinin belirlendiği etkin kontrolör tasarım yöntemlerinin geliştirilmesi ilgi çekici ve güncel bir araştırma alanı oluşturmaktadır [1-4].

Bu bildiride, kontrol edilen sistem için ARMA modelini taban alan ve kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığını sağlayan veriye dayalı PID kontrolör tasarım yöntemi önerilmiştir. Kapalı çevrim kontrol sisteminde gerçek giriş-çıkış verilerine bağlı yığın kip öğrenen kontrolör tasarım yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntemde, Sınırlı-Giriş Sınırlı-Çıkış (SGSÇ) kararlılık Schur ölçütü ile sağlanmıştır [5]. Yöntem, kontrol edilecek sistem, kontrolör ve kapalı çevrim sistemi için ARMA modeli varsaymaktadır.

Uygulamadaki yaygın kullanımlarının getirdiği önemlerden dolayı, geleneksel PID kontrolör parametrelerini bulmak ve dc motorun hız kontrolü için yeni yöntemlerin geliştirilmesi güncel bir çalışma alanlarıdır [6-11]. Bu çalışmada geliştirilen PID kontrolörün gerçek zamanda çalışma

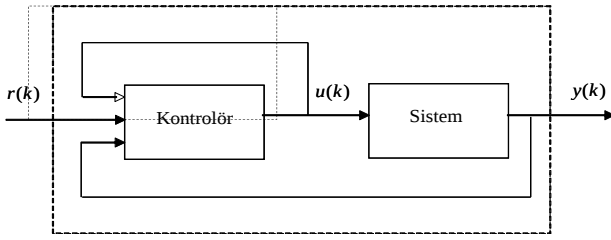
başarımı, Denetleyici-Tasarım-Sinama-Yeniden-Tasarım-Platformu (DTSYP) [12] üzerinde ve ayrıca gerçek dc motor üzerinde test edilmiştir.

Bildirinin ikinci bölümünde ARMA modeli ile geliştirilen uyarlanabilir kontrolör ve özellikleri anlatılmaktadır. Üçüncü bölümde, kapalı çevrim kontrol sisteminin Schur kararlılık ölçütü verilmiştir. Dördüncü bölümde, DTSYP üzerinde gerçekleştirilen PID kontrolör tasarımları sunulmaktadır. Son bölümde, sonuçların değerlendirilmesi ve olası gelecek çalışma önerileri yer almaktadır.

2. ARMA Model Tabanlı Eğitici Öğrenme ile Tanılama ve Kontrolör Tasarımı

Sistem çıkışı izleme probleminde, arzu edilen sistem çıkışı ve süreç modeli bilindiğinde ARMA tabanlı kapalı çevrim kontrol sistemi tasarım problemi, ARMA parametreleri kısmen bilinen bir tanılama problemi olarak tanımlanabilir. Kontrolör için iki serbestlik dereceli kontrol sistem yapısı Şekil 1’de verilmiştir [1]-[2]. Burada, referans $r(k)$ kapalı çevrim kontrol sisteminin girişini ve arzu edilen sistem çıkışını, sistem çıkışı $y(k)$ kapalı çevrim kontrol sisteminin gerçek çıkışını temsil eder. Sistem modeli parametrelerinin belirlenmesinden sonra, kontrolör tasarımı gerçek çıkış ile arzu edilen çıkış arasındaki hatanın en az olması olarak tanımlanabilir. Şekil 1’de verilen bir giriş bir çıkış sisteminin ARMA modeli Denklem 1’deki gibi verilmiştir.

$$y(k) = \sum_{n=1}^N a_n y(k-n) + \sum_{n=0}^M b_n u(k-n) \quad (1)$$



Şekil 1. İki serbestlik dereceli kontrol sistemi

Denklem 1’deki model, $a_0 = -1$ varsayımı ile Denklem 2’deki gibi kapalı biçimde yazılır.

$$\sum_{n=0}^N a_n y(k-n) + \sum_{n=0}^M b_n u(k-n) = 0 \quad (2)$$

Denklem 2’de verilen iki serbestlik dereceli kontrolörün ARMA gösterimi Denklem 3’de verilmiştir.

$$u(k) = \sum_{m=1}^P f_m u(k-m) + \sum_{m=0}^R c_m r(k-m) + \sum_{m=0}^Q d_m y(k-m) \quad (3)$$

Denklem 3’deki gösterim, $f_0 = -1$ varsayımı ile Denklem 4’deki gibi kapalı biçimde yazılır.

$$\sum_{m=0}^P f_m u(k-m) + \sum_{m=0}^R c_m r(k-m) + \sum_{m=0}^Q d_m y(k-m) = 0 \quad (4)$$

Kapalı çevrim kontrol sisteminde giriş-çıkış ilişkisini bulmak için, Denklem 2’de f_m katsayıları ile her iki tarafın ağırlıklı toplamı alınır.

$$\sum_{m=0}^P f_m \sum_{n=0}^N a_n y(k-m-n) + \sum_{m=0}^P f_m \sum_{n=0}^M b_n u(k-m-n) = 0 \quad (5)$$

Denklem 4 ve 5 ile kontrol işareti yok edilerek, kapalı çevrim kontrol sistemi ARMA modeli Denklem 6’daki gibi elde edilir.

$$\sum_{m=0}^P f_m \sum_{n=0}^N a_n y(k-m-n) + \sum_{n=0}^M b_n \left\{ - \sum_{m=0}^R c_m r(k-m-n) - \sum_{m=0}^Q d_m y(k-m-n) \right\} = 0 \quad (6)$$

Yeni tanımlanan α_n ve β_n parametreleri ile kapalı çevrim ARMA modeli Denklem 7’deki gibi yazılabilir.

$$y(k) = \sum_{n=0}^{\hat{N}} \alpha_n y(k-n) + \sum_{n=0}^{\hat{M}} \beta_n r(k-n) \quad (7)$$

Burada $\hat{N} = \max\{P+N, M+Q\}$ ve $\hat{M} = M+R$ olarak tanımlıdır. Kapalı çevrim kontrol sistemi parametreleri α_n, β_n , sistem ARMA parametreleri a_n, b_n ve kontrolör parametreleri c_m, d_m, f_m cinsinden farklı P, N, M, R ve Q seçenekleri ile elde edilebilir. Bu bağıntılar, $N = M = P = R = Q$ ve $\hat{N} = \hat{M} = 2N$ kabulleri ile Denklem 8-12 verilmiştir.

$$\alpha_0 = 1 + a_0 f_0 - b_0 d_0 \quad (8)$$

$$\alpha_i = \sum_{j=0}^i a_j f_{i-j} - \sum_{j=0}^i b_j d_{i-j} \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (9)$$

$$\alpha_i = \sum_{j=i-N}^N a_j f_{i-j} - \sum_{j=i-N}^N b_j d_{i-j} \quad i \in \{N+1, N+2, \dots, 2N\} \quad (10)$$

$$\beta_i = - \sum_{j=0}^i b_j c_{i-j} \quad i \in \{0, 1, \dots, N\} \quad (11)$$

$$\beta_i = - \sum_{j=i-N}^N b_j c_{i-j} \quad i \in \{N+1, N+2, \dots, 2N\} \quad (12)$$

Denklem 8-12, kontrol yazınında iyi bilinen Diophantine denklemlerini tanımlarlar [1]-[2]. Bu bildiride, blok öğrenme yöntemi iki ayrı giriş-çıkış ölçüm kümesi olan sistem tanılama için kontrol girişi-gerçek çıkış $\{u[k-s, N], y[k-s, N]\}_{s=0}^{K-1}$ kümesi ve kontrolör tasarımı için referans giriş-arzu edilen çıkış $\{r[k-s, N], y_d[k-s, N]\}_{s=0}^{L-1}$ kümesini kullanır. Burada, $x[t, N] = [x(t), x(t-1), \dots, x(t-N)]$ değişkeni, $t = k-s$ olmak üzere, $x(t)$ işareti ve bu işaretin şimdiki ve geçmiş zaman N örnek değerini gösterir. Birinci veri kümesi sistemden $[k, k-K+1]$ zaman aralığında tüm veri kümesini kapsayacak biçimde K uzunluğunda alınır. İkinci veri

kümesini kapalı çevrim sisteminin giriş-çıkış verisinden $[k, k-L+1]$ zaman aralığında, tüm veri kümesini kapsayacak biçimde L uzunluğunda alınır. Sistem parametrelerini tanılama problemi, Denklem 13’de verilen tanılama hatasının birinci veri kümesi için en azlanması ile gerçekleştirilir.

$$\frac{1}{K} \sum_{s=0}^{K-1} \ell_2(y(k-s), \sum_{n=1}^N a_n y(k-s-n) + \sum_{n=0}^N b_n u(k-s-n)) \quad (13)$$

Burada, a_n, b_n sistemin ARMA parametrelerini, $\ell_2(\circ, \circ)$ ise karesel hata olarak tanımlı kayıp fonksiyonunu gösterir.

Kontrolör tasarımının ikinci aşamasında, ikinci veri kümesindeki veriler için, kapalı çevrim kontrol sisteminin izleme hatasını en aza indirecek kontrolör parametreleri bulunur. c_m, d_m ve f_m kontrolör parametreleri, Denklem

14’de yer alan α_n ve β_n kapalı çevrim ARMA parametrelerine Denklem 8-12’de verilen bağıntılar ile bağlıdır. En uygun kapalı çevrim parametreleri Denklem 14’ün en azlanması ile bulunduktan sonra, Denklem 8-12’de verilen bağıntılar yardımıyla, kontrolör tasarımının sistem tanılama aşamasında bulunan sistem parametre değerleri kullanılarak kontrolör parametrelerinin en uygun değerleri elde edilir.

$$\frac{1}{L} \sum_{s=0}^{L-1} \ell_2(y_d(k-s), \sum_{n=0}^{2N} \alpha_n y(k-s-n) + \sum_{n=0}^{2N} \beta_n r(k-s-n)) \quad (14)$$

3. Schur Kararlılık Ölçütü

Bu bölümde, Denklem 6’da verilen kapalı çevrim kontrol sisteminin Schur kararlılık ölçütü için yeter koşullar verilmiştir. Denklem 8-12’de $N = M = P = R = Q$ genelleme kaybı olmaksızın $\hat{N} = \hat{M} = 2N$ kabul edilebilir. Doğrusal zamanla değişmez bir ayrık zaman sistemi için, giriş-çıkış sistemine ilişkin karakteristik denklemin tüm kökleri birim çember içinde yer aldığında, sistem SGŞÇ kararlıdır [5]. Bu tanımlama bilimsel yazında Schur kararlılık ölçütü olarak bilinir. Doğrusal zamanla değişmez bir ayrık zaman sisteminin z-tanım bölgesinde verilen geçiş işlevinin paydası aşağıdaki gibi verilebilir.

$$p(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \dots + \theta_n z^n \quad (15)$$

Burada, θ_i ($i = 0, 1, \dots, n$) parametreleri giriş-çıkış sistemini tanımlayan ARMA modelinin AR katsayılarını temsil eder. Schur kararlık için yeter koşul kümesi, $\theta_n > \dots > \theta_1 > \theta_0 > 0$ doğrusal eşitsizlikler ile tanımlıdır [5]. Bildiride önerilen yöntemde, kontrol edilecek sistemin a_n ve b_n ARMA parametreleri sistem tanılama aşamasında bulunduktan sonra, SGŞÇ kararlılığı sağlayan en uygun d_m ve f_m kontrolör parametreleri, α_n parametreleri üzerine koşulan $\alpha_0 > \dots > \alpha_{2N-1} > \alpha_{2N} > 0$ Schur ölçütü kısıtı altında Denklem 14’ü en azlayan α_n, β_n kapalı çevrim ARMA parametre değerleri için Denklem 8-12’nin çözülmesi ile bulunur.

4. Öykünleyici üzerinde ARMA Model Tabanlı PID Kontrolör Tasarımı ve DC Motor Gerçeklemesi

Geliştirilen blok kip PID kontrolör tasarım yöntemi, gerçek-zaman öykünücü DTSYP’nin farklı çalışma kipleri kullanılarak dc motor modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Burada kontrolör ve dc motor sistem modeli, DTSYP’nin SSS çevrim-içinde-yazılım kipinde (yani kontrolör-sistem-çevre birimlerinin üçü de bilgisayar ortamında benzetim olarak) ve S-E-E kipinde (yani kontrolör bilgisayar ortamında sistem ve çevre birimleri ise öykünleyici üzerinde benzetim olarak) gerçekleştirilmiştir. Tasarım aşamasında sonra 6 parametrelilik blok kip eğitici ile öğrenen ARMA kontrolör tasarımı, gerçek dc motor deney düzeneği ile DTSYP’nin S-R-R prototip gerçekleştirme kipinde (yani kontrolör bilgisayar ortamında, sistem ve çevre birimleri ise gerçek sistem olarak) yerine getirilmiştir [12]. Ayrıca bu kipte, Ziegler-Nichols’ın (ZN) birinci yöntemine göre tasarlanan geleneksel PID kontrolörün başarımı ile karşılaştırılmıştır. Ayrık zamanda geleneksel PID kontrolör aşağıdaki formda verilebilir.

$$u(k) = u(k-1) + \left[K_p + K_i T_s + \frac{K_d}{T_s} \right] e(k) - \left[K_p + 2 \frac{K_d}{T_s} \right] e(k-1) + \left[\frac{K_d}{T_s} \right] e(k-2) \quad (16)$$

Burada, $e(k) = r(k) - y(k)$ arzu edilen ve gerçek çıkış arasındaki hatayı, K_p oransal kazancı, K_i integral kazancını, K_d türevsel kazancı ve T_s örnekleme zamanını göstermektedir. 6 parametrelilik ARMA kontrolör modeli, Denklem 14’ün özel bir modeli olarak, Denklem 17’de verilmiştir.

$$u(k) = u(k-1) + (c_0 r(k) + d_0 y(k)) + (c_1 r(k-1) + d_1 y(k-1)) + (c_2 r(k-2) + d_2 y(k-2)) \quad (17)$$

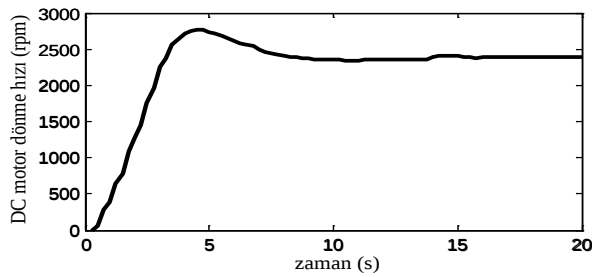
Burada $c_0 = -d_0 = K_p + K_i T_s + \frac{K_d}{T_s}$, $c_1 = -d_1 = -K_p - 2 \frac{K_d}{T_s}$ ve

$c_2 = -d_2 = \frac{K_d}{T_s}$ olarak tanımlıdır. Sonuç olarak, tek-giriş tek-

çıkış sisteminin, Denklem 1’de sahip olduğu genel ARMA modelinden elde edilen kapalı çevrim ARMA modeli Denklem 18’de verilmiştir.

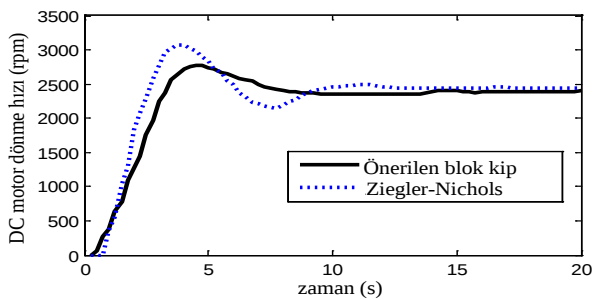
Kontrolör tasarım aşamasında, Denklem 17’de verilen 6 parametrelilik ARMA kontrolör c_0, c_1, c_2 ve d_0, d_1, d_2 katsayılarıyla tanımlanır. Kapalı çevrim kontrol sisteminin Schur kararlılık $\alpha_0 > \dots > \alpha_{2N-1} > \alpha_{2N} > 0$ koşulu, sistemin SGŞÇ kararlılığını garantilemek için Denklem 14’deki ARMA sistem parametreleri $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ üzerine koşul getirir. SGŞÇ kararlılık koşullarının oluşturduğu doğrusal eşitsizlik kısıtları altında, kapalı çevrim kontrol sisteminin çıkış izleme hatasını en azlanmasıyla, ARMA kapalı çevrim sistem parametreleri $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ ve $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ öğrenilir.

$$\begin{aligned}
y(k) = & a_0 y(k) + (1 - a_0 + a_1) y(k-1) \\
& + \sum_{n=2}^N (a_n - a_{n-1}) y(k-n) - a_N y(k-N-1) \\
& - c_0 [b_0 r(k) + b_1 r(k-1) + \sum_{n=2}^M b_n r(k-n)] \\
& - d_0 [b_0 y(k) + b_1 y(k-1) + \sum_{n=2}^M b_n y(k-n)] \\
& - c_1 [b_0 r(k-1) + \sum_{n=2}^M b_{n-1} r(k-n) + b_M r(k-M-1)] \\
& - d_1 [b_0 y(k-1) + \sum_{n=2}^M b_{n-1} y(k-n) + b_M y(k-M-1)] \\
& - c_2 [\sum_{n=2}^M b_{n-2} r(k-n) + b_M r(k-M-2) + b_{M-1} r(k-M-1)] \\
& - d_2 [\sum_{n=2}^M b_{n-2} y(k-n) + b_M y(k-M-2)]
\end{aligned} \quad (18)$$



Şekil 2. Önerilen blok kip kontrolör yönteminin uygulandığı gerçek dc motor basamak yanıtı

Önerilen blok kip ARMA kontrolör ile ZN yöntemi ile tasarlanan PID kontrolör performansları test edilmiştir. ZN yöntemiyle tasarlanan PID kontrolör parametre değerleri $K_p = 54.54$, $K_i = 2479.3$ ve $K_d = 0.3$ olarak bulunmuştur [12]. Her iki yöntemde arzu edilen çıkış olan dc motor açılma hızı $r(k) = 2500 \text{ rpm}$ alınmıştır (Şekil 3). Her iki kontrol yönteminde gözlenen gerçek çıkış sistem cevabı geçici durum hariç birbirine çok yakındır.



Şekil 3. Önerilen blok kip ARMA kontrolörü ile ZN yöntemi ile tasarlanan PID kontrolörün başarımlarının karşılaştırılması

5. Sonuçlar

Bu bildiride, kontrol edilen sistem ve kapalı çevrim sistemi için ARMA modelini taban alan ve kapalı çevrim kontrol

sisteminin kararlılığını garantileyen, veriye dayalı bir PID kontrolör tasarım yöntemi sunulmuştur. PID kontrolör parametreleri süreçten ölçülen gerçek verilerle blok uyarlanır kip öğrenme yaklaşımı ile belirlenmiştir. Kapalı çevrim kontrol sisteminin kararlılığı, Schur kararlılık ölçütünün kısıt olduğu bir izleme hatası en azlama yöntemi ile sağlanmıştır. Tasarlanan PID kontrolör, dc motor öykünleyici ve gerçek dc motor üzerinde test edilmiştir. Gelecekte planlanan çalışmalar arasında uyarlanır kontrol yöntemi kullanılarak çevrim içi kipte PID parametreleri eğitiminin yapılması ve doğrusal olmayan ARMA model tabanlı algoritmaların geliştirilmesi olacaktır.

6. Teşekkür

Bu çalışma, İzmir Katip Çelebi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (proje numarası 2013-1-FMBP-09) tarafından desteklenmektedir.

7. Kaynaklar

- [1] Astrom, K. J. and Wittenmark, B., *Adaptive Control*, Addison-Wesley, Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1994.
- [2] Astrom, K. J. and Wittenmark, B., *Computer-Controlled Systems Theory and Design*, 3rd ed., Prentice Hall, 1997.
- [3] Krstic, M., Kanellakopoulos, I. ve Kokotovic, P. V. "Nonlinear Design of Adaptive Controllers for Linear Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.39, no.4, pp.738-752, 1994.
- [4] Ang, K. H., Chong, G. and Li Y. "PID control system analysis, design, and technology," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol.13, no.4, pp.559,576, July 2005.
- [5] Keqin, G., Chen, J., and Vladimir L. Kharitonov. *Stability of time-delay systems*, Springer, 2003.
- [6] Astrom, K. J. and Hagglund, T. "Revisiting the Ziegler-Nichols Step Response Method for PID Control," *Journal of Process Control*, vol.14, no.1, pp.635-650, 2004.
- [7] Benaskeur, A. and Desbiens, A. "Backstepping-Based Adaptive PID Control," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol.149, no.1, pp.54-59, 2002.
- [8] Chun-Fei, H. and Lee, B.K. "FPGA-based adaptive PID control of a DC motor driver via sliding-mode approach," *Expert Systems with Applications*, vol.38, no.9, pp. 11866-11872, 2011.
- [9] Yamamoto, T., Takao, K. and Yamada, T. "Design of a Data-Driven PID Controller," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol.17, no.1, pp.29-39, 2009.
- [10] Cao, R., Hou, Z. and Zhang, W. "The Model-Free Learning Enhanced Motion Control of DC Motor," *International Conference on Electrical Machines and Systems*, vol.1, pp.1222-1226, 2008.
- [11] Su, A., Rongmin, C. and Huixing, Z. "The linear motor control based on ELVIS." *Control and Decision Conference (CCDC)*, 2012 24th Chinese. IEEE, 2012.
- [12] Şahin, S., İşler, Y. and Güzelış, C. "A microcontroller based test platform for controller design," *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on*, vol., no., pp.36-41, 4-7 July 2010.