

# SÖNÜMLÜ RAYLEIGH KANALLARDA UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMASINA DAYALI ÇEŞİTLEMENİN BİLGİSAYARLA BENZETİMİ

Gökçe HACIOĞLU<sup>1</sup>

Ali GANGAL<sup>2</sup>

Faruk SEVEN<sup>3</sup>

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Mühendislik Mimarlık Fakültesi  
Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon

<sup>1</sup>e-posta: gokay\_gunes@yahoo.com

<sup>2</sup>e-posta: ali@ktu.edu.tr

<sup>3</sup>e-posta: fseven@ktu.edu.tr

*Anahtar sözcükler: Çeşitleme, Sönümleme, Uzay-Zaman Blok Kodlama, Rayleigh*

## ABSTRACT

*Space Time Diversity is a method to combat fading effects on transmitted signal. This diversity method can be applied in base stations by using multiple transmit antennas and also in remote stations by using multiple receive antennas. Mobile stations need to use their energy more effectively as compared to the base stations and they are generally need to be in small sizes. Therefore, space time diversity is used mainly in transmitters. In this paper space time block coding method is simulated under different conditions for Rayleigh fading channels. Also, the developed simulation program is useful for understanding diversity and fading phenomena in communication channels.*

## 1. GİRİŞ

Sönümleme haberleşme sistemleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Sayısal haberleşme sistemi göz önüne alındığında bit hata oranını artırıcı bir etkisi vardır. Bu etkiyi azaltmak için çeşitli kodlama teknikleri kullanılır. Kodlama tekniklerinin yanında çeşitleme olarak isimlendirilen teknikler de kullanılabilir. Çeşitleme tekniklerinde, birden fazla haberleşme kanalı kullanılarak bu kanallardaki sönümlemelerin aynı anda olmama olasılıklarından faydalanılır [6,7].

Uzay-zaman blok kodlaması kullanan çeşitlemenin başarımı belli koşullar altında en büyük oranda toplama (MRC) ile aynı olabilmektedir[3]. Üstelik bu yöntem MRC' de olduğu gibi sadece alıcıda değil vericide de uygulanabilmektedir[3]. Uzay-zaman blok kodlama birden fazla iletim anteni ve birden fazla alıcı anteni kullanarak gerçekleştirilebilir. İletim anteni sayısı 2'den fazla olduğunda data hızında düşme olmaktadır [8,5]. Data hızında düşme olmasına karşın uzay-zaman blok kodlaması 2'den fazla iletim anteni ile birlikte kullanıldığında çeşitleme kazancında artma olmaktadır [5].

Uzay-zaman blok kodlaması kullanılarak gerçekleştirilen, çeşitlemenin dayandığı temel çoklu anten elemanlarının her birinden iletilen farklı sinyallerin zamanın belli aralıklarında değişik biçimlerde tekrarlanması ile algılanabilir bir alışı sinyalinin alıcıda oluşturmaktır [4]. Kullanılan kanalların her birinden, farklı zaman dilimlerinde gönderilen bilgilerin birbiri ile dik olması, bilgilerin maximum likelihood detector'de doğrusal bir işleme algılanabilmelerini sağlar [4]. Çoklu anten elemanlarının her birinin ilettiği sinyal farklı kanal koşullarından geçmelidir. Bundan dolayı iletim antenleri arasındaki mesafe farklı kanal koşullarını sağlayacak kadar fazla olmalıdır.

Bu bildiride uzay-zaman blok kodlama kullanılan çeşitleme yöntemine ilişkin bir benzetim programının yapısı açıklanmaktadır. Bu benzetim programına kanallar arasındaki ilişki katsayısı dışarıdan girilebilmektedir. Program üç ana kısımdan oluşmaktadır. Bu kısımlardan birinde sayısal bilgi rastlantısal olarak yada dışarıdan programa girilir ve bu bilgi modülasyona tabi tutulur. Burada modülasyon olarak QPSK kullanılmaktadır. İkinci kısımda ise Rayleigh kanalları aralarındaki ilişki 0 olacak şekilde üretilmektedir. Bu bildirideki benzetimde iki adet kanal oluşturulmaktadır; dolayısı ile iki verici anten ve tek bir alıcı anten var gibi düşünülmektedir. Bu iki verici antenin arasındaki mesafenin bir fonksiyonu olan kanallar arasındaki ilişki katsayısı benzetim programının bu kısım'ına dışarıdan girilebilmektedir. Aralarında 0 ilişki olan iki adet kanal üreten program; dışarıdan girilen ilişki katsayısına sahip iki kanalı, 0 ilişkiye sahip olan iki kanalı kullanarak elde eder. Yine ikinci kısımda kanaldan geçen işarete dışarıdan belirtilen SNR değerine uygun olacak şekilde gürültü eklenir. Benzetim programının üçüncü kısım'ında ise demodülasyon ve algılama yapılır.

## 2. RAYLEIGH SÖNÜMLEMESİ

Aşağıda gösterilen matematik formülleri Rayleigh sönmlemesinin benzetiminde kullanılmıştır [1].

$$X(t) = X_C(t) + jX_S(t) \quad (1)$$

$$X_C(t) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sum_{n=1}^M \cos(\psi_n) \cos(\omega_d t \cos \alpha_n + \phi) \quad (2)$$

$$X_S(t) = \sqrt{\frac{2}{M}} \sum_{n=1}^M \sin(\psi_n) \cos(\omega_d t \cos \alpha_n + \phi) \quad (3)$$

$$\alpha_n = \frac{2\pi n - \pi + \theta}{4M}, \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$\theta, \phi$  ve  $\psi_n$ 'lerin değerleri istatistiksel olarak birbirinden bağımsızdır ve tüm n değerleri için  $[-\pi, \pi)$  arasında düzgün olarak dağılmışlardır. X(t)'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu Rayleigh'e uygundur [1]. Benzetimde bu denklemlerin kullanılmasının nedeni daha az sayıda çoklu yol elemanı (M) kullanarak Rayleigh sönmlemesinin iyi bir benzetiminin yapılabilmesi olmalıdır [1]. M'in 5000 gibi büyük değerler yerine 8, 16, 32 gibi küçük değerler alması ile bile; Rayleigh sönmleme, istatistiksel olarak gerçeğe yakın bir şekilde üretilebilmektedir [1].  $F_d T_{sem}$  çarpımından normalize edilmiş Doppler frekansı olarak bahsedilir. Benzetimde kanalın düz sönmlemeli bir Rayleigh kanal olduğu varsayılmaktadır.

Aynı yöntem ile iki adet kanala ilişkin kanal katsayıları oluşturulur. Bu iki kanal arasındaki ilişki katsayısı kanal benzetiminin bir özelliği olarak 0 değerine sahiptir. Aralarında 0 ilişki bulunan bu iki kanal kullanarak arasında istenilen ilişki katsayısı bulunan iki kanal oluşturulur [2]. Kullanılan yöntem [2]'de açıklanmıştır. Kanalları ilişkilendirmek için kullanılan denklemler ve bu denklemler ile ilgili olan parametre değerlerine ilişkin tablo ve denklemler aşağıda verilmiştir. Tablodaki parametre değerlerinin nasıl bulunabileceği [2]'de açıklanmaktadır. İlişkisiz ve birim güce sahip iki Rayleigh sönmleme sinyalinin (w) arasındaki ilişki katsayısı ve bunun karşılığı olan  $\lambda$  parametre değeri bu tablodan seçilmektedir. Daha sonra istenen sinyal gücü ( $\sigma_x^2$ ) belirlenmektedir.

$$L = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \sigma_x (1 + j) & \sigma_x \sqrt{1 - \lambda^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$X = Lw \quad (6)$$

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$\rho$	$\lambda$	$\rho$	$\lambda$
0.00	0.00000	0.50	0.72543
0.05	0.23337	0.55	0.75922
0.10	0.32945	0.60	0.79123
0.15	0.40277	0.65	0.82168
0.20	0.46424	0.70	0.85070
0.25	0.51807	0.75	0.87842
0.30	0.56644	0.80	0.90494
0.35	0.61065	0.85	0.93033
0.40	0.65152	0.90	0.95463
0.45	0.68964	0.95	0.97787

Tablo 1. İlişki Katsayıları ( $\rho$ ) ve  $\lambda$  Parametreleri

Gönderilen semboller X kanal katsayıları ile çarpılırlar; ve bu çarpımın sonucunda elde edilen sinyale AWGN gürültüsü, işaret gürültü oranı belirtilen değerde olacak şekilde eklenir.

## 3. MODÜLASYON, DEMODÜLASYON VE ALGILAMA

Modülasyon olarak QPSK modülasyonu kullanıldığı için gönderilen semboller karmaşık düzlemde  $\{1, j, -1, -j\}$  değerlerini alabilirler. Rastlantısal olarak oluşturulan yada dışarıdan girilen iletim dizisi karmaşık düzleme dönüştürülerek karmaşık kanal katsayıları ile çarpılır ve AWGN gürültüsü eklenir. Bu kısımdan sonra elde edilen  $a+jb$  şeklindeki karmaşık sayılar zamandaki karşılıklarına dönüştürülür. Belirtilen taşıyıcı frekansına bağlı olarak bir örnekleme frekansı seçilir ve QPSK modülasyonu sonucu elde edilen dalga biçimine uygun olarak

$$\sqrt{a^2 + b^2} \cos(2\pi f_c t - \arctan \frac{b}{a}) \text{ dalgası elde}$$

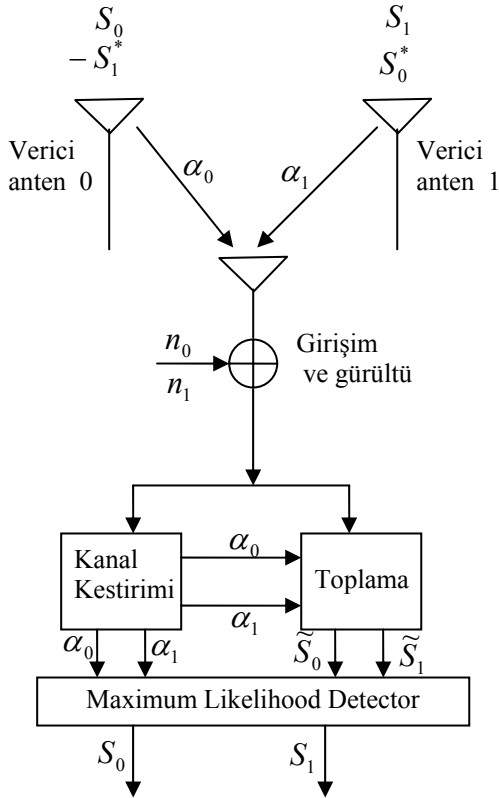
edilir. Benzetimin bu kısmında gönderilen işaretler zaman domeninde de elde edilmiş olunur. Bu kısım olmadan da çeşitlenimin sağladığı iyileşmeye ilişkin benzetim yapılabilir. Alınan bilginin gerçekte zaman domeninde alınıyor olmasından dolayı gerçeğe daha yakın bir benzetim yapılması için zaman domeni dalgaları elde edilmektedir. Daha hızlı çalışan bir benzetim programı yapılmak isteniyor ise bu kısım atlanarak doğrudan algılama kısmına geçilmelidir. Alınan dalgalar zamanda alınıyor gibi düşünülürse bunları karmaşık düzleme dönüştürmek suretiyle demodülasyon yapılmış olunur. Zaman dalgası şekline dönüştürülmeden işlem yapılmış ise demodülasyon kısmı atlanmış olur ve algılamaya geçilir. Benzetim sonucu kanaldan geçmiş ve gürültü eklenmiş olarak elde edilen zaman alışı dalgaları ile işlem yapılacak ise öncelikle bu dalgalara ilişkin fazlar tespit edilmelidir. Bunun için benzetimde şu yöntem kullanılmaktadır.

QPSK modülasyonunda kullanılan  $\cos(\omega_c t)$  ve

$\sin(\omega_c t)$  taşıyıcı işaretleri ile alış sinyali katlanır. Daha sonra katlama sonucu elde edilen iki işaret sembol periyodu  $T_{sem}$  ile örneklenir. Örnekleme sonucu elde edilen iki değer pay'da sinüs ile katlama sonucu elde edilen değer olacak şekilde bir biri ile bölünür. Bölüm sonucunun arctanjant'ı alınarak fazlar bulunmuş olunur. Alış işaretini  $A\cos(\omega_c t + faz)$  olarak kabul edersek bu işaret karmaşık düzlemde  $Ae^{-j faz}$  biçimini almaktadır. Demodülasyon kısmından sonra ise yapılacak işlem algılamadır. Algılayıcı olarak benzetim programında maximum likelihood detector kullanılmaktadır.

#### 4. UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMA ÇEŞİTLEMESİ

Uzay-zaman blok kodlamasına ilişkin bir blok diyagram aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 1. Uzay-zaman blok kodlamalı, iki verici ve bir alıcı antenden oluşan çeşitleme.

Şekil 1'de Alamouti [3] kodu olarak ta bilinen  $2 \times 2$ 'lik bir iletim matrisine sahip uzay-zaman blok kodlama kullanılmaktadır. Yine aynı kodlama ile birlikte iki ve daha fazla sayıda alıcı kullanmak ta mümkündür [3]. Bu kodlamaya ilişkin iletim matrisi aşağıda verilmiştir.

$$G_2 = \begin{bmatrix} S_0 & S_1 \\ -S_1^* & S_0^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

Yukarıdaki matrisin sütunları; verici antenleri, satırları, aralarında sembol periyodu kadar fark olan zaman dilimlerini göstermektedir. Uzay-zaman blok kodlamada bu  $2 \times 2$ 'lik matrise Alamouti kodu denilmektedir. İki iletim anteninin den daha fazla sayıda anten kullanılması durumunda ise matrisin sütun sayısı yine anten sayısı kadar olurken satır sayısı anten sayısından fazla olmaktadır [4]. Dolayısı ile data hızı düşmektedir [8]. Alamouti kodu kullanılarak elde edilecek kazanç daha büyük iletim matrisi kullanan bir sisteme göre daha düşük olmasına karşın data hızını azaltmaz [5,8]. Denklem (8)'deki iletim matrisi kullanıldığında alıcıda aşağıdaki sinyaller alınır.

$$\begin{aligned} r_0 &= r(t) = \alpha_0 S_0 + \alpha_1 S_1 + n_0 \\ r_1 &= r(t+T) = -\alpha_0 S_1^* + \alpha_1 S_0^* + n_1 \end{aligned} \quad (9)$$

Alıcı  $r_0$  ve  $r_1$  sinyallerini kullanarak  $\tilde{S}_0$  ve  $\tilde{S}_1$  sinyallerini elde eder ve daha sonra bu sinyalleri algılayıcıya gönderir. Üçüncü kısımda anlatıldığı gibi gerçekte alınan sinyaller bizim kullandığımız modülasyon olan QPSK için düşünürsek; fazı kaymış zayıflamış ve gürültü eklenmiş cosinus işaretleridir. Yine üçüncü kısımda anlatıldığı gibi  $r_0(t)$  ve  $r_1(t)$  işaretleri zaman domeninden karmaşık domene geçirilmelidir.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_0 &= \alpha_0^* r_0 + \alpha_1 r_1^* \\ \tilde{S}_1 &= \alpha_1^* r_0 - \alpha_0 r_1^* \end{aligned} \quad (10)$$

Algılama ise aşağıda denklemi verilen ifadeyi; en küçük yapan  $S_k$  değerlerini,  $S_0$  ve  $S_1$  olarak kabul etmek sureti ile yapılır.

$$|\tilde{S}_0 - S_k|^2 + (|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 - 1)|S_k|^2 \quad k = 1,2,3,4 \quad (11)$$

$$|\tilde{S}_1 - S_k|^2 + (|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 - 1)|S_k|^2 \quad k = 1,2,3,4 \quad (12)$$

QPSK modülasyonu kullanıldığı için  $S_k$ 'nin alabileceği değerler  $\{1, j, -1, -j\}$  kümesinin elemanlarından biri olabilir. Alamouti koduna ilişkin genelleştirilmiş algılama ifadeleri denklem (13) ve (14)'te verilmiştir. Bu denklemlerde m alıcı anten sayısını;  $\alpha_{i,j}$  i'nci verici antenden j'inci alıcı anten arasındaki karmaşık kanal katsayısını ve  $r_t^j$  t'inci zaman diliminde j'inci alıcı anten tarafından alınan sinyali göstermektedir.

$$\left[ \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) - s_k \right]^2 \quad (13)$$

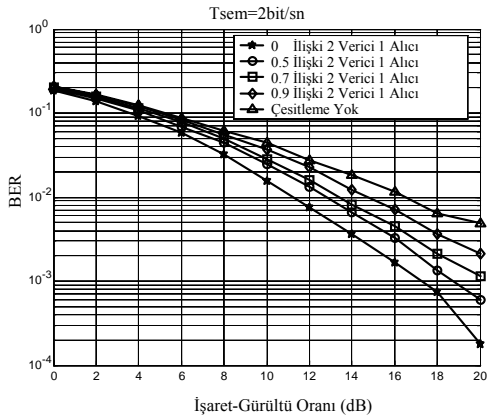
$$+ \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2 \right) |s_k|^2$$

$$\left[ \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - (r_2^j)^* \alpha_{1,j}) - s_k \right]^2 \quad (14)$$

$$+ \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2 \right) |s_k|^2$$

Şekil (2)'de benzetim sonucu elde SNR-BER grafikleri gösterilmektedir. Benzetimde QPSK kullanılmış ve data hızı da 2bit/sn olarak alınmıştır. Sistemde iki adet verici ve bir adet alıcı olduğu varsayılmıştır. İlişkisiz iki kanal kullanıldığında çeşitlemenin kazancının daha yüksek olduğu anlaşılmaktadır.

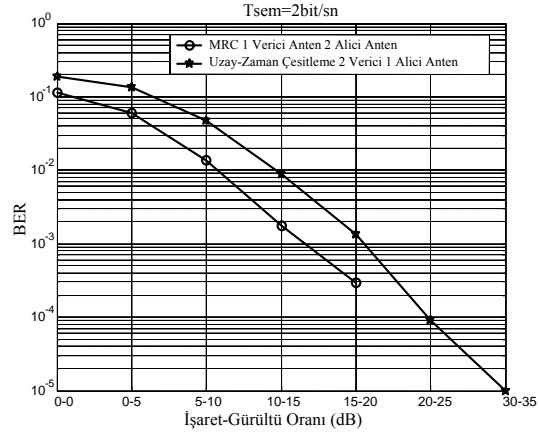
Şekil (3)'te sinyallerde güç dengesizliği olması durumunda en büyük oranda toplama ve uzay-zaman blok kodlanmış çeşitlemenin başarımları gösterilmektedir. MRC'de alıcı antenlerin aldıkları sinyallerin sahip oldukları işaret gürültü oranları arasında 5dB'lik fark bulunmaktadır. Uzay-zaman blok kodlanmış çeşitlemede ise gönderilen sinyallerin işaret gürültü oranları arasında 5dB'lik fark bulunmaktadır. Bu koşullar için MRC'nin daha iyi bir başarıma sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 2. Kanal İlişki Katsayısı-BER Değişimi

## 5. SONUÇ

Uzay-zaman blok kodlama kullanan çeşitlemeye ilişkin bir benzetim yöntemi açıklanmıştır ve bu yöntem ile elde edilen bir grafik sunulmuştur. Kanallar arasındaki ilişkinin sistemin performansı üzerindeki etkisi bu grafikten anlaşılmaktadır. Örnek olarak kanallar arası ilişki katsayısı 0 olan bir sistemin, 0.9 olan bir sisteme göre 4dB'lik bir kazançla sahip olabileceği Şekil(2)'deki grafikten görülmektedir.



Şekil 3. Güç Dengesizliğinde BER Değişimi

Uzay-zaman blok kodlaması kullanan çeşitlemeye, anten çeşitleme açısından bakarsak kanallar arası ilişki katsayısı 0'a mümkün olduğu kadar yakın olacak şekilde antenler arasındaki mesafe fazla olmalıdır. İletim antenlerinin yerden yüksek bir konumda bulunduğu bir sistem göz önüne alındığında düşük ilişki katsayısına sahip kanalları elde edebilmek için antenler arasındaki mesafe dalga boyunun 10 katından 20 katına kadar olan bir mesafe olabilir. Bu durumda 2'den daha fazla iletim anteni kullanılması, antenleri yerleştirmek için büyük bir alan gerektirebilir. Sisteme zaman çeşitleme açısından bakarsak iletim matrisinin sütunlarının her biri kendi içinde aynı kanal katsayısına sahip olmalıdır. Yani zaman çeşitlemesi gerçekleşmemelidir.

Benzetimi yapılan uzay-zaman blok kodları kullanan çeşitleme sisteminin MRC ile aynı başarıma sağlayabileceği anlaşılmaktadır. MRC; alıcı antenlerdeki işaret-gürültü oranları aynı olmadığında yani güç dengesizliği olduğunda, uzay zaman blok kodlu çeşitlemeden daha iyi bir başarıma sahip olur. Uzay-zaman blok kodlu çeşitlemede alıcıya gelen işaretler herhangi bir ağırlık katsayısı ile çarpılmamaktadır; oysa MRC' de işaret-gürültü oranları ile ilişkili ağırlık katsayıları ile alış sinyalleri çarpılır.

## 6. KAYNAKLAR

- [1] Zheng, Y.R., Xiao, C., Simulation Models with Correct Statistical Properties for Rayleigh Fading Channels, *IEEE Transactions on Communications*, 6,51, (2003)
- [2] Ertel, R.B. , Reed, J.H., Generation of Two Equal Power Correlated Rayleigh Fading Envelopes, *IEEE Communications Letters*, 10,2, (1998)
- [3] Alamouti, S.M., A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications, *IEEE Journal On Select Areas in Communications*, 8,16, (1998)
- [4] Tarokh, V., Jafarkhani, H., Space Time Block Codes from Orthogonal Designs, *IEEE Transactions on Information Theory*, 5,45, (1999)

- [5] Tarokh, V., Jafarkhani, H., Calderbank, A., Space Time Block Coding for Wireless Communications: Performance Results, IEEE Journal on Selected Areas In Communications, 3,17, (1999)
- [6] Rappaort, T., Wireless communications : Principles and Practice, Second Editon, Prentice-Hall, Upper Saddle River New Jersey, 2002
- [7] Proakis, J.G., Digital Communications, Fourth Edition, McGraw-Hill, Boston, 2001
- [8] Tirkkonen, O., Hottinen, A., Complex Space-Time Block Codes For Four Tx Antennas, IEEE Globcom, Kasim-Aralık 2000, San Francisco, Sayı 2, 1005-1009